(2)

RAD

JUGOSLAVENSKE AKADEMIJE

ZNANOSTI I UMJETNOSTI.

KNJIGA 175.

MATEMATIČKO-PRIRODOSLOVNI RAZRED.

44.

Doštampano 15. novembra 1908.

U ZAGREBU 1908.

KNJIŽARA JUGOSLAVENSKE AKADEMIJE (DIONIČKE TISKARE)
(GJURO TRPINAC.)

JUGOSLAVENSKA AKADEMIJA

Digitized by Google

Dionička tiskara u Zagrebu.
Digitized by Google

Sadržaj.

	Strana
Vegetacione formacije zagrebačke okoline. Od dra. Aurela Forenbachera	1—80
Korali iz drugomediteranskih slojeva u Srbiji. Od P. S. Pavlovića.	81—86
Prostorne krivulje na općenoj plohi 3. reda. Od dra. Jurja Majcena	87—139
O membranama jednakog otpora. Od dra. M. Milankovića	140—152
Флора југоисточне Србије. Flora Serbiae austro-orientalis (Наставит ће се.) Од Лује Адамовића .	153—214
Ekvidistantna površina. Od dra. Vladimira Varićaka	215—240

Digitized by Google

Digitized by Google

Vegetacione formacije zagrebačke okoline.

Primljeno u sjednici matematičko-prirodoslovnoga razreda Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti dne 16. ožujka 1908.

Napisao dr. Aurel Forenbacher.

Uvod.

Uvjerenje, da se značajno raščlanjenje i pravilni sastav vegetacionog pokrova pod utjecajem svih faktora osobito pregnantno ističe u tvorbi vegetacionih formacija, i da po tom treba svu pažnju upraviti na te biljne udruge, koje se odlikuju izvjesnom fiziognomijom i isto tako biološkim sastavom, potaklo me je, da ovom raspravom nadopunim inače u mnogom pogledu dobru Šarićevu radnju: „Fitogeografski odnosi zagrebačke okoline“ (Glasnik hrv. naravosl. društva. God. XIII. 1902.), u kojoj se on ne obazire na vegetacione formacije u onoj mjeri, u kojoj bi se bio morao, da je htio, da mu radnja bude potpuno prema današnjem stanju fitogeografije.

Taj nedostatak Šarićeve radnje istakoh već i u svojoj raspravi: „Naša fitogeografija od Schlossera i Vukotinovića do danas“ („Rad“ Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti. Knj. 167. [1906.] Str. 163.), pa ga ovom raspravom hoću da eliminiram.

Pri znanstvenoj obradbi vegetacionih formacija zagrebačke okoline nastojah poglavito oko toga, da se upozna postanak tih formacija, njihov odnos spram klime i tla, napokon njihov sastav s obzirom na način života i na konkurenciju biljnih vrsta, koje ih sastavljaju.

U zagrebačkoj okolini razlikujem ove formacije: 1. formacije šumâ, kamo pripadaju: a) formacija smreke (Picea excelsa Lk.) i jele (Abies alba Mill.), b) formacija bukve (Fagus silvatica L.), c) formacija hrasta kitnjaka (Quercus sessiliflora Salisb.), d) formacija hrasta lužnjaka (Quercus Robur L.) i e) formacija obalnog

Digitized by Google

drvlja, crne jove (Alnus rotundifolia Mill.) i vrbâ (Salix); 2. formacije šikarâ, kamo pripada: f) šikarasta šuma ili formacija lijeske (Corylus Avellana L.); 3. formacije bez drveća, kamo pripadaju: g) dolinska livada, h) močvarna livada, i) formacija močvarnih biljaka i k) formacija vodenih biljaka; pa 4. kulturno tlo, kamo pripadaju: l) polja i vrtovi i m) ruderalne biljke i poljski korovi.

Ovdje mi je primijetiti i to, da odnosi biljke spram biljke nijesu manje raznolični negoli između ljudi, pa to involvira veliku poteškoću pravedne prikazbe biljnih udruga. Spominjem to s razloga, da ne bi tkogod neupućen pomislio, da je prikazba biljnih udruga posao lak. Vrlo je različit odnos, u koji može da stupi jedna biljka spram druge. Jedanput je taj odnos neprijateljski, dok jedna biljka drugoj otimlje uvjete za život, ili bar konkurira, dok u drugu ruku može taj odnos biti prijateljski, budući da jedna biljka stvara drugoj povoljne prilike za njen život. Jednako različno kao ljudi i životinje vladaju se biljke jedna spram druge. One se udružuju u zajednice, u kojima su pojedincu određene socijalne dužnosti, kojih ispunjenje opće blagostanje podiže i zajednicu, o kojoj opet zavisi život pojedinca, tekar omogućuje. Livada, močvara, šikara i šuma sve su visoko organizovane biljne države, republike sa strogo uređenim zakonodavstvom, koje i najskromnijoj travčici određuje njenu zadaću, kao što lijepo veli jedan moderni botanik.

Držeći za ugodnu dužnost još samo to spomenuti, da me je pri izrađivanju ove rasprave i pri prikupljanju potrebite literature, koju na kraju citiram, s poznatom svojom susretljivošću potpomagao prof. dr. Antun Heinz, predstojnik botaničko-fiziološkog zavoda kr. sveučilišta Franje Josipa I. u Zagrebu, kome za tu liberalnost na ovom mjestu izričem svoju najtopliju zahvalu, mogu prijeći na prikazbu pojedinih vegetacionih formacija zagrebačke okoline.

---

1. Formacije šumâ.

a. Formacija smreke (Picea excelsa Lk.) i jele (Albies alba Mill.).

Od crnogoričnoga drveća, koje je u županiji zagrebačkoj zapremilo tek 0·8% šumskoga tla, dok su bukve i ostalo bjelogorično drveće izuzevši hrastove (17·95%) zauzele 81·25% (vidi Bedö-a: „Die wirtschaftliche und commerzielle Beschreibung der Wälder

Digitized by Google

des ung. Staates". 2. Aufl. II. Str. 900.), najviše su se razvile u zagrebačkoj okolini smreke i jele. One se javljaju u zagrebačkoj okolini tek prema samim vrhuncima Zagrebačke gore, te tvoreći šumu pokrivaju samo tjemenice najviših ispona njezinih. Donja je visinska međa smreke i jele viša negoli ona bukve. Donja međa, do koje se jela sporadično spušta, iznosi po Šariću 600 m. (vidi Šarića: „Fitogeografski odnosi zagrebačke okoline". Glasnik hrv. naravosl. društva. God. XIII. [1902.] Str. 16.). S obzirom na svoje klimatske zahtjeve razlikuje se jela od smreke većom potrebom topline uz nešto skromnije zahtjeve za zračnom vlagom. Vrijedno je spomenuti, da za uspješni razvitak njezin srednja temperatura kolovoza ne smije premašiti 20°, a ona siječnja biti niža od —5°C (isp. o tom Hempela i Wilhelma: „Die Bäume und Sträucher des Waldes". I. Abt. Str. 94.). Geografsko rasprostranjenje smreke zavisi u prvom redu o zahtjevima, što ih to drvo stavlja na toplinu, pa je s obzirom na našu okolinu važno, da srednja temperatura mjeseca srpnja ne smije premašiti 18·75°C, dok je manje važno (bar za naše prilike), da srednja temperatura siječnja ne spadne na —12·5°C (isp. Hempela i Wilhelma l. c. Str. 65.). Pored zahtjeva za toplinom dolazi kod geografskog rasprostranjenja smreke u obzir i zavisnost o izvjesnom stepenu uzdušne vlage, koju smreka u većoj mjeri potrebuje negoli većina naših šumskih drveta (isp. Hempela i Wilhelma l. c. Str. 66.). Maleni zahtjevi topline i velika potreba vlage čine smreku u našoj okolini drvetom gore. Ona kao ni jela ne silazi do podnožja Zagrebačke gore i u dolove, te ima svoju donju visinsku među kod 900 m. nad morem. Jele i smreke, ako i nijesu u zagrebačkoj okolini onako veličanstvene kao n. pr. u Gorskom kotaru, ipak se oholo uzdižu iznad najstarijeg bjelogoričnog drveća naše okoline, te su poglavito drveta prave gorske šume. Gdje su se smreke ili jele pojavile posamce ili zajedno, čine najčešće guste sastojine, u kojima kroz gusto igličasto granje dopire tek koja zraka svijetla do tla, pa je ono stoga pokrito samo nekim biljkama sjene. Velik dio tih biljaka jesu višegodišnjice, pa dok zeleni ne pokazuju nikakve kserofilne građe, nego su mezofiti sa prilagodbama sjeni i vlažnomu šumskom uzduhu, to vazda zeleni polugrmovi pokazuju kserofilne prilagodbe. Budući da se formacija smreke i jele dodire sa formacijom bukve, to relativno znatan broj biljaka, što prate bukovu šumu, dopire i u formaciju smreke i jele. U većim visinama te formacije javlja nam se mjestimice obični bor (Pinus silvestris L.) i ariš

Digitized by Google

(Larix decidua Mill.), dok je tisa (Taxus baccata L.) već rjeđa. Mimoišavši još neko drveće i grmlje manje karakteristično za tu formaciju spomenut ću osim bukve (Fagus silvatica L.), koja nas svuda u toj formaciji susreće, i borovnice (Vaccinium Myrtillus L.), koja kao niski polugrmić rijetko manjka na šumskom tlu, od fanerogama značajnih za ovu formaciju poimence samo neke najznačajnije, a to bi bile ove: Oxalis Acetosella L., Circaea lutetiana L., Majanthemum bifolium (L.) Schmidt, Pirola rotundifolia L., Monotropa Hypopitys L., Cardamine impatiens L., Petasites albus (L.) Gärtn., Aposeris foetida (L.) Cass. i Gentiana asclepiadea L. Nisko je raslinstvo te formacije kao i u alpinskim zemljama mršavo, vrstama siromašno i slabo karakteristično. Često na iglicama bogato pokritom i jako zasjenjenom tlu pored velikog broja gljiva zamijetimo tek koju biljku sa cvijetom.

Sastojina formacije smreke (Picea excelsa Lk.) i jele (Abies alba Mill.).

Visoko drvlje (Oberholz).

Picea excelsa (Lam.) Lk.
Abies alba Mill.
Larix decidua Mill.
Taxus baccata L.
Pinus silvestris L.
Fagus silvatica L.
Betula pendula Roth.
Populus tremula L.
Ulmus scabra Mill.
Acer Pseudoplatanus L.

Nisko drvlje (Unterholz).

Juniperus communis L.
Ilex Aquifolium L.
Crataegus monogyna Jacq.
Rubus Idaeus L.
„ hirtus W. K.
Vaccinium Myrtillus L.
Calluna vulgaris (L.) Hull.
Sambucus nigra L.
„ racemosa L.

Digitized by Google

Penjalice.

Hedera Helix L.

Nisko raslinstvo (Niederwuchs).

Aspidium Filix mas (L.) Sw. (f. subintegrum Aschers.)
„ lobatum (Huds.) Sw.
„ aculeatum (L.) Sw.
Athyrium Filix femina (L.) Roth. (var. fissidens Döll.)
Pteridium aquilinum (L.) Kuhn.
Lycopodium clavatum L.

Melica nutans L.
Carex silvatica Huds.
Luzula silvatica (Huds.) Gaud.
Majanthemum bifolium (L.) Schmidt.
Convallaria majalis L.
Polygonatum verticillatum (L.) All.
Paris quadrifolia L.
Orchis maculata L.
Platanthera bifolia (L.) Rich.
Ranunculus lanuginosus L.
Anemone nemorosa L.
Aconitum Vulparia Rchb.
Actaea nigra (L.) Mill.
Cardamine impatiens L.
„ hirsuta L.
„ trifolia L.
Dentaria bulbifera L.
„ trifolia W. K.
„ enneaphylla L.
Hypericum hirsutum L.
Euphorbia amygdaloides L.
Asarum Europaeum L.
Geranium phaeum L.
Oxalis Acetosella L.
Sanicula Europaea L.
Filipendula Ulmaria (L.) Maxim.
Chrysosplenium alternifolium L.
Circaea lutetiana L.

Digitized by Google

Aremonia agrimonoides (L.) Neck.
Fragaria moschata Duch.
„ vesca L.
Genista sagittalis L.
Pirola rotundifolia L.
Impatiens noli tangere L.
Gentiana asclepiadea L.
Myosotis silvatica Hoffm.
Symphytum tuberosum L.
Salvia glutinosa L.
Stachys silvatica L.
Thymus ovatus Mill.
Galeopsis speciosa Mill.
Lamium luteum (Huds.) Krock.
Glechoma hederacea L.
Brunella vulgaris L.
Melampyrum nemorosum L.
Veronica Chamaedrys L.
„ latifolia L.
„ montana L.
Asperula odorata L.
Adoxa Moschatellina L.
Lactuca muralis (L.) Fres.
Aposeris foetida (L.) Cass.
Homogyne silvestris (Scop.) Cass.
Petasites albus (L.) Gärtn.
Senecio nemorensis L.
Chrysanthemum macrophyllum W. K.
Doronicum Croaticum Vuk.
Prenanthes purpurea L.
Hieracium Pilosella L.
„ leptocephalum Schloss. et Vukot.

Saprofiti i parasiti.

Monotropa Hypopitys L.
Viscum album L.

Mahovi.

Radula complanata Dumort.
Frullania dilatata Nees ab Es.

Digitized by Google

Ulota crispula Brid.
Neckera crispa Hedw.
„ complanata Schimp.
Hylocomium triquetrum Schimp.
„ splendens Schimp.

b. **Formacija bukve (Fagus silvatica L.).**

Formacija je bukve, za koju veli Grisebach, da je „među svim šumskim drvećem, što određuje fiziognomiju kraja, najpotpuniji izraz klimatičkoga utjecaja primorske klime u Evropi", najrašírenija od šumskih formacija u zagrebačkoj okolini. Po istraživanjima De Candolle'ovima ne uspijeva bukva ondje, gdje srednja temperatura zime spadne ispod —6·25°C i broj dana s oborinom u ljetnim mjesecima ispod 7. To je jedan od glavnih razloga, što je ne nalazimo u zemljama sa izrazitom kontinentalnom klimom. Njoj najbolje prija klima, kod koje zime nijesu prehladne, a ljeta presuha; zato je i nalazimo u našoj okolini tako rašírenu, jer su joj klimatske prilike povoljne. Svoju rašírenost zahvaljuje bukva i toj činjenici, da joj se sjemenke dadu lako odvesti na relativno dosta znatne udaljenosti. Warming navodi po glasovitom francuskom šumarskom botaniku Fliche-u kao najveću udaljenost, do koje se sjemenke bukve dadu odvesti, 500—600 m. (isp. Warminga: „Lehrbuch d. ökolog. Pflanzengeographie". Str. 375.). Dok su zahtjevi bukve za uzdušnom vlagom umjereni i svakako manji od onih, što ih ište smreka, to zahtjevi, što ih bukva stavlja na hranivost tla, nijesu odviše skromni, jer se bukva uspješno razvija samo na tlu, koje obiluje mineralima i humusom, a uz to je nešto šupljikavo, ali uvijek umjereno navlaženo. Stalnu mokrinu bukva ne podnosi isto tako kao ni suho tlo, pa je to i najglavniji razlog, što izbjegava tlo lugova u savskoj nizini, a djelomično i dolove prigorja, unatoč njihovoj plodovitosti. Premda savsku nizinu i dolove prigorja izbjegava, to se ipak, ako se tlo samo neznatno uzdigne iznad močvarne nizine i vlažnih dolova, već pokazuje bukva sa prekrasnom krošnjom svoga lijepog lišća. U našem je prigorju jedno od najvažnijih bjelogoričnih drveta pontičke flore, koje prešavši u samu goru postiže tamo kulminaciju svoga razvitka čineći pravu gorsku šumu ili u čistim sastojinama ili pomiješanu crnogoricom.

Digitized by Google

Bukova šuma u zagrebačkoj okolini ima vrlo prijazno lice, što je poglavito u svezi s tim, što ona nije izvrgnuta jakim vjetrovima, pa nalazeći se u vrlo povoljnim prilikama izvrsno uspijeva. Tu imade drveta, na pr. u Zagrebačkoj gori, i od preko 20 m. visine sa obujmom u prsnoj visini od preko 4 m. (isp. Drag. Hirca: „Zagrebačka gora". Hrvatski planinar 1901. Str. 73.). S osobitim udivljenjem gledaš te šumske divove s njihovom glatkom, jasnosivom stabljikom, koja nosi na vrhu bujnu krošnju lišća.

Obilat mozaik lišća i mogućnost, da lišće i u slabom svijetlu asimilira, čine bukvu κατ' ἐξοχήν drvetom sjene. Od drveća, što raste u zagrebačkoj okolini, u tom je pogledu među bjelogoričnim drvećem ne nadmašuje nijedno, a od crnogorice samo tisa i jela, koje stavljaju još manje zahtjeve na jakost svijetla (isp. Warminga: „Lehrbuch d. ökolog. Pflanzengeographie". Str. 17.).

Tek slabo svijetlo dopire do tla, koje je stoga samo u proljeće pokrito bujnijom vegetacijom, dok još bukva nije prolistala i mlado lišće ne priječi dopiranje zrakâ svijetla do tla. Asimilacija, cvatnja i dozrijevanje biva brzo, te već u sredini ljeta nalazimo tek koju biljku, gdje pokriva tlo. Kao takove ljubiteljice sjene, kojima dostaje i slaba jakost svijetla, neka budu spomenute: Asperula odorata L., Sanicula Europaea L. i neke stanovnice humusa, kao na pr. Neottia Nidus avis (L.) Rich. Lazarkinja (Asperula odorata L.), najpoznatija biljka, koja u nas prati bukvu, prilagođena je određenom intensitetu svijetla, koji samo u sjeni bukove šume nalazi, pa poradi toga sve one klice propadaju, koje drukčije svijetlo svijeta ugledaju.

Od značajnijih proljetnica, koje su pokrile tlo bukove šume, spominjem: Anemone nemorosa L., A. ranunculoides L., A. Hepatica L., Cardamine trifolia L., Dentaria bulbifera L., D. enneaphylla L., D. trifolia W. K., koja posljednja manjka bukovoj šumi sjevernijih krajeva zemlje, Chrysosplenium alternifolium L., Hacquetia Epipactis (Scop.) DC., Galium silvaticum L., Lathyrus vernus (L.) Bernh. Na humoznijim i vlažnijim mjestima naći je, kao i u Alpama, Allium ursinum L., Galanthus nivalis L., Paris quadrifolia L., Corydalis cava (L.) Schw. et K., C. solida (L.) Swartz. Dulje vremena ostaju zelene: Oxalis Acetosella L., Pulmonaria officinalis L, Lamium Orvala L., Luzula nemorosa (Poll.) E. Mey., Carex pallescens L., C. digitata L., C. silvatica Huds., od trava Poa nemoralis L., Melica uniflora Retz., Milium effusum L. i Festuca heterophylla Lam. S kratkim je vegetacionim periodom i

Digitized by Google

s ranom cvatnjom u svezi činjenica, da je većina vrstâ trajna (višegodišnja) zelen. Od jednogodišnjica se osobito ističu: Cardamine impatiens L. i Impatiens noli tangere L. Pod jesen pokriva tlo bukove šume samo velik broj klobučastih gljiva, mahovi i lišaji.

Nešto bujniju vegetaciju nalazimo i usred ljeta uz obale gorskih potoka, uz okrajke šumskih putova, u čistinama, na šumskim livadama i uza šumske okrajke, koji su dohvatniji svijetlu. Od roda malina (Rubus) susrećemo tu najčešće: Rubus Idaeus L., R. hirtus W. K. i R. caesius L. Od trajnih zeleni, koje često obiluju cvjetovima, nalazimo često: Salvia glutinosa L., Brunella vulgaris L., B. laciniata L., Stachys officinalis (L.) Trev., Prenanthes purpurea L., Chrysanthemum macrophyllum W. K., C. vulgare (L.) Bernh., Senecio nemorensis L., Artemisia Absinthium L., Geum urbanum L., Aremonia agrimonoides (L.) Neck., Tommasinia verticillaris (L.) Bertol., Platanthera bifolia (L.) Rich., Phyteuma spicatum L., Campanula Trachelium L., C. persicifolia L., Galium verum L., Gentiana asclepiadea L., G. cruciata L., Dianthus croaticus Borb. i jednu od najjačih biljaka otrovnica Atropa Belladonna L. Vlažna mjesta zapremiše: Moehringia muscosa L., Lunaria rediviva L., Scrophularia nodosa L., Chaerophyllum Cicutaria Vill., Valeriana officinalis L. i Lactuca muralis (L.) Fres. Bujne su u gori i razne papradi, koje su često zapremile šumske čistine, obrubljene mladim bukvama. Ističu se osobito: Aspidium Filix mas (L.) Sw. i naročito f. subintegrum Aschers., A. lobatum (Huds.) Sw. var. subtripinnata Milde, Pteridium aquilinum (L.) Kuhn., Phyllitis Scolopendrium (L.) Newman, Athyrium Filix femina (L.) Roth. var. fissidens Döll., Asplenium Trichomanes L., Polypodium vulgare L. (var. rotundatum Milde i var. commune Milde), Dryopteris Linnaeana Christensen, D. Robertiana (Hoffm.) Christensen, Cystopteris fragilis (L.) Bernh. i na Komušarevoj i Banovoj pećini kod Vidovca, pa na Planini i Lipi kod Čučerja Ceterach officinarum DC, koji kao zastupnik mediteranske flore dolazi valjada i drugdje na prisojnim i kamenitim mjestima gore zagrebačke. Ovdje je vrijedno spomenuti, da se Chrysanthemum macrophyllum W. K., koji je prije bio jedna od najobičnijih biljaka Zagrebačke gore, pa je zaokupio sve čistine šumske, nalazi u borbi za bitak sa biljkom Senecio nemorensis L. Prvi je na tu borbu upozorio Ljudevit Vukotinović, pa njegovo nagovještivanje, da će pobijediti Senecio nemorensis L., kao da će se ispuniti. Chrysanthemum ma-

Digitized by Google

crophyllum W. K. biva u gori sve rjeđi te se spušta prema obroncima i podgorju, dapače je već nađen, kao što Drag. Hirc spominje, oko sela, uz ceste i putove, pa je segnuo i do Zagreba, jer ga ima u Novoj vesi oko bivšega vojničkoga groblja i groblja sv. Tome, dok se snažni Senecio u gori sve dalje širi, pa je pokrio velike prostore, a naročito uz cestu oko vodoskoka, oko planinarske kuće i na Sljemenu, te je vjerojatno, kao što i Hirc drži, da će za koju godinu pokriti i cijelo bilo Zagrebačke gore (v. Dragutina Hirca: „Prirodni zemljopis Hrvatske". Str. 166.). Chrysanthemum macrophyllum W. K. nalazi se u nas gotovo na periferiji svoga areala, gdje nije u svom optimalnom području, t. j. gdje nijesu baš za nj najvećma zgodne ekologijske prilike, pa nije čudo, ako se u borbi za bitak spram drugih nekih biljaka (u prvom redu dolazi u obzir Senecio nemorensis L.) ne će moći održati kao pobjednik.

Poradi šupljikavosti tla omogućen je razvoj osima. koje napreduju u horizontalnom smjeru. Od vrsta, kod kojih to nalazimo, spomenut ću tek neke, kao na pr. Dryopteris Linnaeana Christensen, D. Robertiana (Hoffm.) Christensen, Anemone nemorosa L., A. ranunculoides L., Asperula odorata L., Mercurialis perennis L., Dentaria bulbifera L., Stellaria Holostea L., Oxalis Acetosella L., Adoxa Moschatellina L., Stachys silvatica L., Circaea lutetiana L., Paris quadrifolia L., Convallaria majalis L., Polygonatum multiflorum (L.) All., P. verticillatum (L.) All., Cephalanthera latifolia (Mill.) Janchen, C. rubra (L.) Rich., C. longifolia (L.) Fritsch, Epipactis latifolia (L.) All., Listera ovata (L.) R. Br., Melica uniflora Retz., od saprofita Neottia Nidus avis (L.) Rich., Epipogon aphyllus (Schm.) Sw. i Monotropa Hypopitys L. Nadzemno napreduju Glechoma hederacea L., Lamium luteum (Huds.) Krock., Fragaria vesca L. i F. moschata Duch.

Zanimljivi su pratioci bukove šume u zagrebačkoj okolini još i neka drveta i grmovi, od kojih ću tek najznačajnije napose istaći, tako na pr. u prigorju je vjeran pratilac bukve hrast kitnjak (Quercus sessiliflora Salisb.) i grab (Carpinus Betulus L.), dok je u gori najradije prati rakita (Salix Caprea L.), trepetljika (Populus tremula L.), Prunus avium L., Sorbus Aria (L.) Cr. i Ulmus scabra Mill. Za okrajke je bukove šume osobito značajan i planinski zov (Sambucus racemosa L.) pa negnjil (Laburnum alpinum [Mill.] Lang), koji je i u čitavom prigorju dosta raširen. Hrvatsko je ime zabilježio Drag. Hirc u Gorskom kotaru, pa je u skladu

Digitized by Google

s tim, što je drvo u negnjila vrlo čvrsto i što teško gnjije (gl. D. Hirca: „Bjelogorica Gorskoga kotara“. Osobiti otisak iz Šumarskog lista. Str. 6.). Samo mjestimice u gori zagrebačkoj dolazi likovac lovorolisti (Daphne Laureola L.), dok je običnija u nas vrsta likovca Daphne Mezereum L. Ja sam likovac lovorolisti našao početkom travnja 1906. u bukovoj šumi kod Stenjevca gornjega, dok ga je prof. dr. E. Rössler našao iste godine mjeseca veljače u šumama oko Vrapča. Isto tako samo mjestimice u gori zagrebačkoj (pod Sljemenom u jarku Lipju) raste božikovina (Ilex Aquifolium L.), zimzeleni bjelogorični grm bodljikava lišća i crvenih bobulja.

U nas uspijevaju rastreseno mnoge kraske biljke, od kojih su mnoge značajne i za ovu formaciju, pa ih stoga ovdje neke spominjem, a to su: božur (Paeonia corallina Retz.), Ranunculus Illyricus L., Orchis tridentata Scop., Stachys recta L., Lithospermum purpureo-coeruleum L., Peucedanum Oreoselinum (L.) Mnch., Hacquetia Epipactis (Scop.) DC., Helleborus dumetorum W. K., Anacamptis pyramidalis (L.) Rich., Lathyrus variegatus (Ten.) Godr. et Gren., Coronilla coronata L., Cytisus supinus L., Staphylea pinnata L., Ruscus Hypoglossum L., Castanea sativa Mill., Quercus lanuginosa (Lam.) Thuill., Qu. Cerris L., Prunus Mahaleb L., Fraxinus Ornus L., Ostrya carpinifolia Scop. i t. d. Zanimljivu tu biljnogeografsku pojavu, koja je mjestimice (ali ne svuda!) u svezi sa razvitkom fenomena krasa u zagrebačkoj okolini, voljan sam u suglasju sa Beckom (vidi Becka: „Über die Bedeutung der Karstflora in der Entwicklung der Flora der Ostalpen“) tumačiti i mnijenjem, da sadanje kraske rasline opasivahu u jednom periodu diluvijalnog doba istočne Alpe, pa nastavahu njihovu montanu regiju, t. j. zauzimahu ono mjesto, koje danas tamo pokriva montana srednjoevropska flora. U srcu Alpi uništilo je posljednje ledeno doba te rasline, dok u istočnom okrajku Alpi ne bijahu samo dani uvjeti za uspijevanje šumske vegetacije kao one kraske flore, već se mogoše uzdržati i rasline sa većim zahtjevima za toplinom, kao na pr. Castanea sativa, Colutea arborescens (koja dolazi i u zagrebačkoj okolini na vapnovitom tlu kod Šestina uza stazu, što preko potoka Medvešćaka vodi prema kapelici sv. Roka), Paliurus australis, Convolvulus Cantabricus, Plantago Cynops, Cyperus longus, pa je stoga opravdan sud, da se razasuti otoci kraske flore ne drže predstražama flore, koja prodire, već reliktima kakve reducirane flore, koja se na klimatski povoljnim mjestima, kao

Digitized by Google

na pr. kod Badena i Vöslaua, dapače još i danas u formacijama sačuvala.

S ostalim šumskim formacijama, osobito s formacijom smreke (Picea excelsa Lk.) i jele (Abies alba Mill.) pa s formacijom hrasta kitnjaka (Quercus sessiliflora Salisb.), bukova je šuma s obzirom na svoje daleko rasprostranjenje u najužem kontaktu, pa stoga naginje jako na to, da tvori mješovite šume, u kojima se međutim najradije drži nisko raslinstvo bukove šume.

Sastojina formacije bukve (Fagus silvatica L.).

Visoko drvlje.

Fagus silvatica L.
Quercus sessiliflora Salisb.
„ Cerris L.
„ lanuginosa (Lam.) Thuill
Castanea sativa Mill.
Carpinus Betulus L.
Ostrya carpinifolia Scop.
Betula pendula Roth.
Populus tremula L.
Ulmus campestris Huds.
„ scabra Mill.
Sorbus Aria (L.) Cr.
„ aucuparia L.
„ torminalis (L.) Cr.
Prunus avium L.
„ Mahaleb L.
Acer Pseudoplatanus L.
„ platanoides L.
„ campestre L.
Fraxinus Ornus L.
Abies alba Mill.
Picea excelsa (Lam.) Lk.
Pinus silvestris L.
Taxus baccata L.

Nisko drvlje.

Corylus Avellana L.
Salix Caprea L.

Digitized by Google

Daphne Mezereum L.
„ Laureola L.
Berberis vulgaris L.
Crataegus monogyna Jacq.
Rosa arvensis Huds.
Rubus Idaeus L.
Prunus spinosa L.
Amelanchier rotundifolia (Lam.) Dum.-Cours.
Laburnum alpinum (Mill.) Lang.
Cytisus hirsutus L.
Cornus sanguinea L.
„ mas L.
Evonymus latifolia (L.) Mill.
Staphylea pinnata L.
Ilex Aquifolium L.
Vaccinium Myrtillus L.
Viburnum Lantana L.
Sambucus nigra L.
„ racemosa L.
Ruscus Hypoglossum L.
Juniperus communis L.

Penjalice i povijuše.

Tamus communis L.
Hedera Helix L.
Clematis Vitalba L.
Rubus caesius L.
„ hirtus W. K.
Vicia pisiformis L.
„ Cracca L.
Astragalus glycyphyllos L.

Nisko raslinstvo.

Aspidium Filix mas (L.) Sw. (f. subintegrum Aschers.)
„ aculeatum (L.) Sw.
„ lobatum (Huds.) Sw. (var. subtripinnata Milde).
Athyrium Filix femina (L.) Roth. (var. fissidens Döll.)
Pteridium aquilinum (L.) Kuhn.
Phyllitis Scolopendrium (L.) Newman (napose var. crispa Willd.).

Digitized by Google

Asplenium Adiantum nigrum L.
„ Trichomanes L.
„ Ruta muraria L.
Polypodium vulgare L. (var. rotundatum Milde i var. commune Milde)
Dryopteris Linnaeana Christensen
„ Robertiana (Hoffm.) Christensen
Ceterach officinarum DC.
Cystopteris fragilis (L.) Bernh.
Lycopodium clavatum L.

Poa nemoralis L.
Melica uniflora Retz.
Milium effusum L.
Dactylis glomerata L.
Festuca heterophylla Lam.
Hierochloa hirta (Schrk.) Hayek
Brachypodium silvaticum (Huds.) R. et Sch.
Calamagrostis arundinacea (L.) Roth.
Deschampsia caespitosa (L.) Beauv.
„ flexuosa (L.) Trin.
Carex digitata L.
„ silvatica Huds.
„ pallescens L.
Luzula nemorosa (Poll.) E. Mey.
Scilla bifolia L.
Allium ursinum L.
Lilium Martagon L.
Veratrum album L.
Convallaria majalis L.
Polygonatum multiflorum (L.) All.
„ verticillatum (L.) All.
Majanthemum bifolium (L.) Schmidt
Galanthus nivalis L.
Colchicum antumnale L.
Paris quadrifolia L.
Arum maculatum L.
Iris graminea L.
Crocus Heuffelianus Herbert
Platanthera bifolia (L.) Rich.

Digitized by Google

Anacamptis pyramidalis (L.) Rich.
Cephalanthera latifolia (Mill.) Janchen
„ rubra (L.) Rich.
„ longifolia (L.) Fritsch
Epipactis latifolia (L.) All.
Listera ovata (L.) R. Br.
Urtica dioica L.
Dianthus croaticus Borb.
Silene longiflora Ehrh.
„ viridiflora L.
„ nemoralis W. K.
Cerastium silvaticum W. K.
Melandryum album (Mill.) Garcke
„ dioicum (Mill.) Schinz et Thellung
Moehringia muscosa L.
„ trinervia (L.) Clairv.
Stellaria Holostea L.
„ uliginosa Murr.
Aconitum Vulparia Rchb.
Anemone ranunculoides L.
„ silvestris L.
„ nemorosa L.
„ Hepatica L.
Actaea nigra (L.) Mill.
Helleborus atrorubens W. K.
Paeonia corallina Retz.
Isopyrum thalictroides L.
Ranunculus lanuginosus L.
„ Ficaria L.
Eranthis hiemalis (L.) Salisb.
Epimedium alpinum L.
Corydalis cava (L.) Schw. et K.
„ solida (L.) Swartz
Alliaria officinalis Andrz.
Arabis arenosa Scop.
Dentaria bulbifera L.
„ enneaphylla L.
„ trifolia W. K.
Cardamine trifolia L.
„ impatiens L.

Digitized by Google

Lunaria rediviva L.
Viola odorata L.
„ silvestris Lam.
Hypericum hirsutum L.
„ montanum L.
„ perforatum L.
Asarum Europaeum L.
Dictamnus albus L.
Euphorbia amygdaloides L.
„ Cyparissias L.
„ dulcis Jacq.
Mercurialis perennis L.
Geranium sanguineum L.
„ phaeum L.
„ Robertianum L.
Oxalis Acetosella L.
Aegopodium Podagraria L.
Hacquetia Epipactis (Scop.) DC.
Sanicula Europaea L.
Peucedanum Austriacum (Jacq.) Koch.
„ Cervaria (L.) Cuss.
„ Oreoselinum (L.) Mnch.
Chaerophyllum aureum L.
„ temulum L.
„ Cicutaria Vill.
Siler trilobum (L.) Cr.
Selinum Carvifolia L.
Heracleum Sphondylium L.
Aruncus silvester Kostel.
Chrysosplenium alternifolium L.
Epilobium montanum L.
Circaea lutetiana L.
Aremonia agrimonoides (L.) Neck.
Fragaria vesca L.
„ moschata Duch.
Geum urbanum L.
Potentilla sterilis (L.) Garcke
Cytisus nigricans L. (polugrm)
Vicia oroboides Wulf.
Trifolium rubens L.

Digitized by Google

Trifolium alpestre L.
Genista Germanica L. (polugrm)
„ tinctoria L. (polugrm)
„ sagittalis L. (polugrm)
Lathyrus variegatus (Ten.) Godr. et Gren.
„ vernus (L.) Bernh.
„ niger (L.) Bernh.
Pirola rotundifolia L.
Calluna vulgaris (L.) Hull (polugrm)
Primula vulgaris Huds.
Lysimachia vulgaris L.
Cyclamen Europaeum L.
Cynanchum Vincetoxicum (L.) R. Br.
Impatiens noli tangere L.
Centaurium umbellatum Gilib.
Gentiana asclepiadea L.
„ cruciata L.
Myosotis alpestris Schm.
„ silvatica Hoffm.
Lithospermum officinale L.
„ purpureo-coeruleum L.
Pulmonaria officinalis L.
Symphytum tuberosum L.
Galeopsis speciosa Mill.
Lamium luteum (Huds.) Krock.
„ Orvala L.
„ maculatum L.
Salvia glutinosa L.
Melittis Melissophyllum L.
Origanum vulgare L.
Teucrium Chamaedrys L.
Glechoma hirsuta W. K.
„ hederacea L.
Brunella vulgaris L.
„ laciniata L.
Satureja vulgaris (L.) Fritsch.
Stachys alpina L.
„ silvatica L.
„ officinalis (L.) Trev.
„ recta L.

Digitized by Google

Atropa Belladonna L.
Verbascum lanatum Schrad.
„ nigrum L.
Euphrasia stricta Host.
„ Rostkoviana Hayne
Scrophularia Scopolii Hoppe
„ nodosa L.
Alectorolophus minor (Ehrh.) Wimm. et Grab.
Veronica latifolia L.
„ Chamaedrys L.
„ officinalis L.
Linaria vulgaris Mill.
Digitalis ambigua Murr.
Melampyrum nemorosum L.
Campanula Trachelium L.
„ persicifolia L.
„ Rapunculus L.
Phyteuma spicatum L.
Asperula odorata L.
Galium silvaticum L.
„ Cruciata (L.) Scop.
„ verum L.
Adoxa Moschatellina L.
Sambucus Ebulus L.
Valeriana officinalis L.
Lapsana communis L.
Lactuca muralis (L.) Fres.
Aposeris foetida (L.) Cass.
Doronicum Croaticum Vuk.
Carduus Carduelis (L.) Gren.
Gnaphalium silvaticum L.
Senecio nemorensis L.
„ viscosus L.
„ spatulifolius (Gmel.) DC.
Solidago Virga aurea L.
Achillea tanacetifolia All.
Artemisia Absinthium L.
Buphthalmum salicifolium L.
Chrysanthemum macrophyllum W. K.
„ corymbosum L.

Digitized by Google

Chrysanthemum vulgare (L.) Bernh.
Tussilago Farfara L.
Carpesium cernuum L.
Serratula tinctoria L.
Centaurea stenolepis Kern.
Taraxacum officinale Wigg.
Prenanthes purpurea L.
Hieracium silvaticum (L.) Gouan
„ leptocephalum Schloss. et Vukot.

Saprofiti.

Neottia Nidus avis (L.) Rich.
Epipogon aphyllus (Schm.) Sw.
Monotropa Hypopitys L.

Mahovi.

Frullania dilatata Nees ab Es.
„ Tamarisci Nees ab Es.
Lejeunia serpyllifolia Lib.
Radula complanata Dumort
Madotheca platyphylla Nees ab Es.
Lepidozia reptans Nees ab Es.
Calypogeia Trichomanis Corda
Lophocolea bidentata Nees ab Es.
„ heterophylla Schrad.
Scapania nemorosa Nees ab Es.
Jungermania incisa Schrad.
Cephalozia curvifolia Dumort
„ bicuspidata Dumort
Aneura palmata Nees ab Es.
Dicranum scoparium Hedw.
„ undulatum Turn.
Dicranella varia Schimp.
„ heteromalla Schimp.
Leucobryum vulgare Hampe
Neckera crispa Hedw.
„ complanata Schimp.
„ pennata Hedw.
Leskea polycarpa Hedw.

Digitized by Google

Trichostomum rubellum Rabenh.
Tetraphis pellucida Hedw.
Eucalypta ciliata Hoffm.
Racomitrium canescens Brid.
Pogonatum aloides Brid.
„ nanum Brid.
Polytrichum commune L.
Amblystegium serpens Schimp.
Leucodon sciuroides Schwägr.
Antitrichia curtipendula Brid.
Isothecium myurum Brid.
„ myosuroides Brid.
Homalothecium sericeum Br. et Sch.
Brachythecium velutinum Schimp.
„ populeum „
Eurhynchium murale Schimp.
Plagiothecium denticulatum Br. et Sch.
Hypnum cupressiforme L.
„ moluscum L.
Hylocomium triquetrum Schimp.
„ splendens Schimp.

c. Formacija hrasta kitnjaka (Quercus sessiliflora Salisb.).

Gdje se počinje suho prigorje i gora u našoj okolini, tamo se gubi hrast lužnjak (Quercus Robur L.), koji je osobito značajan za savsku nizinu, a na njegovo mjesto dolazi hrast kitnjak (Quercus sessiliflora Salisb.). On stavlja na klimu i tlo općenito jednako velike zahtjeve kao srodni hrast lužnjak, ako se s njim u svemu baš i ne slaže potpuno. Njegovi nešto skromniji zahtjevi na klimu omogućuju mu uspijevanje i u hladnijim višim dijelovima gore. Hrast kitnjak zadovoljava se sa mnogo manje vlage u tlu i ne podnosi nipošto suvišak njezin, koji ne priječi bujni razvitak srodnog hrasta lužnjaka. Ta činjenica tumači nam s jedne strane njegov dolazak na relativno suhom tlu, dok nam s druge strane čini razumljivim njegovo izbjegavanje vlažnih, poplavama izvrgnutih krajeva oko Save. U svim tim odnosima hrast kitnjak stoji blizu svojoj gotovo stalnoj pratilici, bukvi, od koje se po Weberu razlikuje s obzirom na potrošak mineralnih hranila tla, što prima manje kalija i fosforne kiseline, dok prima više vapna.

Digitized by Google

Vrijedno je ovdje spomenuti i to, da i s obzirom na potrebu svijetla zaostaje hrast kitnjak za hrastom lužnjakom.

Dok je više dijelove Zagrebačke gore zapremila formacija smreke i jele pa formacija bukve, to je formacija hrasta kitnjaka zauzela poglavito prigorje i niže dijelove Zagrebačke gore, gdje osobito voli pjeskovito i ilovasto tlo tercijarne formacije.

Hrast kitnjak javlja se u našoj okolini rijetko u čistim sastojinama, već češće pomiješan sa drugim bjelogoričnim drvljem, od kojega je neko baš osobito značajno za formaciju hrasta kitnjaka, pa ću ga ja posebice spomenuti. Uz bukvu, koju već spomenuh, najčešći je pratilac hrasta kitnjaka grab (Carpinus Betulus L.). On osobito voli šumske okrajke kao i brekinja (Sorbus torminalis [L.] Cr.). Po prisojnim i kamenim mjestima raste hrast medunac (Quercus lanuginosa [Lam.] Thuill.) i cer (Quercus Cerris L.). Ne manje važno i za ovu formaciju kod nas vrlo značajno je drvo kesten (Castanea sativa Mill.), koji traži kremičnom kiselinom bogato, ilovasto, a izbjegava vapnom bogato tlo. Kao drvo, koje je poglavito rasprostranjeno u zemljama oko Sredozemnoga mora, izbjegava kesten hladnu visinu i uspijeva najbolje samo na takovim obroncima, koji imaju čisto južnu ekspoziciju. Stvara krasne šume oko Šestina, na brijegu Rebru, otkuda prelazi i u dolinu bliznečku, na Kelekovu brijegu kod Bačuna i pod Komušarevom pećinom. Spomenuo bih i to, da gornja međa vertikalnog rasprostranjenja kestena u našoj okolini iznosi po Šariću circa 500 m. (gl. Šarića: „Fitogeografski odnosi zagrebačke okoline". Glasnik hrv. naravosl. društva. God. XIII. [1902.] Str. 11.). Prelazeći preko ostalog bjelogoričnog drvlja ove formacije, koje će se razabrati iz sastojine formacije, spomenut ću napose još samo trešnju (Prunus avium L.) i rijetki grm u zagrebačkoj okolini klokočiku (Staphylea pinnata L.), koja je značajna za trijadičke dolomite u Podsusedu, dok u ostaloj okolini dolazi samo tu i tamo (na pr. na Kamenitom stolu).

Od ostalih značajnih biljaka ove formacije spominjem kao najznačajnije: Loranthus Europaeus Jacq., koji parasitira poimence na hrastu, ali i na kestenu, Epimedium alpinum L., Melampyrum pratense L., Galium vernum Scop., Centaurea stenolepis Kern., Campanula glomerata L. i Eranthis hiemalis (L.) Salisb., koji raste gdjegdje i oko Kraljičina zdenca, dok ga je iz Tuškanca, gdje je prije bio običan, nestalo. Gotovo posvemašnje iščeznuće te biljke skriviše valjada prerevni u sabiranju bilja učenici naših srednjih

Digitized by Google

škola. Da je i druga mnoga biljka u nas postala već rijetkost, njihova je zasluga.

Spomenut ću još samo jednu biljku selicu iz daleke Amerike, koja se je godine 1876. iznenada pojavila na krču oko Prekrižja, a prvi ju je tu otkrio Ljudevit Vukotinović, pa je od tada zaokupila sve krčevine gore. Po vrsti je to Erechthites hieracifolia (L.) Raf. (isp. i Drag. Hirca: „Erechthites hieraciifolia Rafinesque u hrvatskoj flori". Glasnik hrv. naravosl. društva. Godina X. [1898.]).

Sastojina formacije hrasta kitnjaka (Quercus sessiliflora Salisb.).

Visoko drvlje.

Quercus sessiliflora Salisb.
„ Cerris L.
„ lanuginosa (Lam.) Thuill.
„ Robur L.
Fagus silvatica L.
Castanea sativa Mill.
Betula pendula Roth.
Carpinus Betulus L.
Populus tremula L.
Ulmus campestris Huds.
Acer campestre L.
„ platanoides L.
„ Pseudoplatanus L.
Tilia cordata Mill.
„ platyphylla Scop.
Prunus avium L.
„ Padus L.
Pirus Malus L.
„ communis L.
Sorbus torminalis (L.) Cr.
„ Aria (L.) Cr.
Fraxinus Ornus L.
„ excelsior L.

Nisko drvlje.

Juniperus communis L.
Ruscus aculeatus L.

Digitized by Google

Ruscus Hypoglossum L.
Corylus Avellana L.
Salix Caprea L.
Berberis vulgaris L.
Staphylea pinnata L.
Evonymus vulgaris Mill.
Acer Tataricum L.
Cornus mas L.
„ sanguinea L.
Rosa spinosissima L.
„ Gallica L.
„ arvensis Huds.
Prunus Mahaleb L.
„ spinosa L.
Rubus Idaeus L.
Crataegus monogyna Jacq.
Genista tinctoria L.
Cytisus supinus L.
„ nigricans L.
Calluna vulgaris (L.) Hull.
Ligustrum vulgare L.
Viburnum Lantana L.
„ Opulus L.
Sambucus nigra L.

Penjalice i povijuše.

Tamus communis L.
Clematis Vitalba L.
Vitis silvestris Gmel.
Hedera Helix L.
Rubus caesius L.
Vicia dumetorum L
Astragalus glycyphyllos L.
Lonicera Caprifolium L.

Nisko raslinstvo.

Aspidium Filix mas (L.) Sw. (f. crenatum Aschers.)
„ lobatum (Huds.) Sw.
Athyrium Filix femina (L.) Roth. (var. fissidens Döll.)

Digitized by Google

Asplenium Adiantum nigrum L.
Pteridium aquilinum (L.) Kuhn. (napose var. glabra Hook.)
Polypodium vulgare L. (i var. pygmaeum Schur.)
Lycopodium clavatum L.
„ complanatum L.

Milium effusum L.
Molinia arundinacea Schrk.
Aira capillaris Host.
Calamagrostis Epigeios (L) Roth.
Melica uniflora Retz.
„ nutans L.
„ ciliata L.
Poa nemoralis L.
Dactylis glomerata L.
Festuca heterophylla Lam.
„ gigantea (L.) Vill.
Brachypodium pinnatum (L.) Beauv.
„ silvaticum (Huds.) R. et Sch.
Carex muricata L.
„ pallescens L.
„ flacca Schreb.
„ brizoides L.
„ remota L.
„ digitata L.
„ pilulifera L.
„ hirta L.
„ silvatica Huds.
„ distans L.
Luzula pilosa (L.) Willd.
„ nemorosa (Poll.) E. Mey.
Scilla bifolia L.
Lilium Martagon L.
Allium ursinum L.
Convallaria majalis L.
Polygonatum multiflorum (L.) All.
Veratrum album L.
Paris quadrifolia L.
Arum maculatum L.

Digitized by Google

Orchis pallens L.
„ maculata L.
Himantoglossum hircinum (L.) Spr.
Cephalanthera latifolia (Mill.) Janchen
Platanthera bifolia (L.) Rich.
Stellaria Holostea L.
Moehringia trinervia (L.) Clairv.
Viscaria viscosa (Gilib.) Aschers.
Dianthus Croaticus Borb.
„ Armeria L.
„ barbatus L.
Silene nutans L.
„ venosa (Gilib.) Aschers.
„ viridiflora L.
Epimedium alpinum L.
Helleborus dumetorum W. K.
Ranunculus lanuginosus L.
Anemone nemorosa L.
„ ranunculoides L.
Eranthis hiemalis (L.) Salisb.
Actaea nigra (L.) Mill.
Dentaria bulbifera L.
Cardamine silvatica Lk.
Viola odorata L.
„ Riviniana Rchb.
„ silvestris Lam.
Hypericum montanum L.
„ perforatum L.
Oxalis Acetosella L.
Geranium Robertianum L.
„ sanguineum L.
„ phaeum L.
Asarum Europaeum L.
Aristolochia Clematitis L.
Euphorbia amygdaloides L.
Epilobium Lamyi Schltz.
Sanicula Europaea L.
Aegopodium Podagraria L.
Angelica silvestris L.
Pimpinella saxifraga L.

Digitized by Google

Peucedanum Austriacum (Jacq.) Koch
„ Alsaticum L.
„ Cervaria (L.) Cuss.
„ Oreoselinum (L.) Mnch.
Torilis Anthriscus (L.) Bernh.
Chaerophyllum temulum L.
„ bulbosum L.
Circaea lutetiana L.
Chrysosplenium alternifolium L.
Fragaria vesca L.
Potentilla erecta (L.) Hampe
„ canescens Bess.
Geum urbanum L.
Aremonia agrimonoides (L.) Neck.
Agrimonia Eupatoria L.
Trifolium medium L.
„ alpestre L.
Cytisus scoparius (L.) Lk. (polugrm)
Genista Germanica L. (polugrm)
„ sagittalis L. (polugrm)
„ lasiocarpa Spach. (polugrm)
Lotus corniculatus L.
Dorycnium decumbens Jord.
Vicia Cassubica L.
„ sepium L.
Lathyrus vernus (L.) Bernh.
„ niger (L.) Bernh.
Primula vulgaris Huds.
Cyclamen Europaeum L.
Lysimachia vulgaris L.
Vaccinium Myrtillus L. (polugrm)
Cynanchum Vincetoxicum (L.) R. Br.
Vinca minor L.
Centaurium umbellatum Gilib.
Gentiana cruciata L.
„ asclepiadea L.
Symphytum tuberosum L.
Lithospermum officinale L.
„ purpureo-coeruleum L.
Pulmonaria officinalis L.

Digitized by Google

Pulmonaria montana Lej.
Thymus ovatus Mill.
Satureja Calamintha (L.) Scheele
„ vulgaris (L.) Fritsch
Origanum vulgare L.
Melittis Melissophyllum L.
Lamium Orvala L.
„ luteum (Huds.) Krock.
Stachys officinalis (L.) Trev.
„ alpina L.
Salvia glutinosa L.
Brunella vulgaris L.
„ laciniata L.
Teucrium Chamaedrys L.
Verbascum nigrum L.
„ Austriacum Schott.
„ phlomoides L.
„ Blattaria L.
Veronica Chamaedrys L.
„ officinalis L.
Scrophularia nodosa L.
Melampyrum pratense L.
„ nemorosum L.
Campanula glomerata L.
„ Trachelium L.
„ Bononiensis L.
„ persicifolia L.
„ Cervicaria L.
„ patula L.
Asperula odorata L.
Galium verum L.
„ vernum Scop.
„ Cruciata (L.) Scop.
„ silvaticum L.
Adoxa Moschatellina L.
Achillea Millefolium L.
„ tanacetifolia All.
Solidago Virga aurea L.
Inula squarrosa (L.) Bernh.
„ salicina L.

Digitized by Google

Erigeron annuus (L.) Pers.
Doronicum Croaticum Vuk.
Senecio nemorensis L.
Carpesium cernuum L.
Serratula tinctoria L.
Centaurea stenolepis Kern.
Chrysanthemum macrophyllum W. K.
„ corymbosum L.
Anthemis tinctoria L.
Aposeris foetida (L.) Cass.
Erechthites hieracifolia (L.) Raf.
Lactuca muralis (L.) Fres.
Hypochoeris maculata L.
Hieracium silvaticum (L.) Gouan
„ silvestre Tausch.
„ Sabaudum L.
„ racemosum W. K.

Saprofiti i parasiti.

Neottia Nidus avis (L.) Rich.
Loranthus Europaeus Jacq.
Lathraea Squamaria L.
Orobanche gracilis Sm.

Mahovi.

Antitrichia curtipendula Brid.
Ceratodon purpureus Brid.
Ulota crispa Brid.
„ crispula Brid.
Racomitrium canescens Brid.
Bryum caespititium L.
Polytrichum piliferum Schreb.
„ commune L.
Thuidium abietinum Schimp.
„ delicatulum Schimp.
Hylocomium triquetrum Schimp.
„ splendens Schimp.

Digitized by Google

d. Formacija hrasta lužnjaka (Quercus Robur L.).

Hrast lužnjak (Quercus Robur L.), koji osobito u ravnoj Slavoniji čini još i danas goleme, prastare šume, javlja se i u zagrebačkoj okolini tvoreći tu i tamo lijepe šume. On pokriva najčešće u gotovo čistim sastojinama močvarno i kalovito tlo savske nizine, odakle u raširenim dolovima potokâ i potočićâ, što se u Savu izlijevaju, doseže i do samog suhog prigorja. U našoj okolini karakteristični su sklopovi toga hrasta oko Maksimira. Na aluvijalnim taložinama, koje su kadšto u proljeće, ali i u jeseni, izvrgnute poplavama, nalazi hrast lužnjak svoje optimalno područje, jer pojedina drveta znatnu debljinu i visinu postižu. Na trajanje perioda vegetacije stavlja slične zahtjeve kao i bukva, ali uz manju osjetljivost spram ekstremnih temperatura pokazuje potrebu više topline negoli bukva, budući da lista tek kod srednje dnevne topline od 11°C (isp. Hempela i Wilhelma: „Die Bäume und Sträucher des Waldes". II. Abt. Str. 55.). Poradi toga ostaje u njega lišće u jeseni dulje u životu te počinje tek pogibati, kad je srednja dnevna temperatura spala ispod 3°C. Kratka jesen viših dijelova naše okoline i tamošnji brzi prijelaz ljeta k zimi prekinuo bi prebrzo vegetaciju drvetu, koje kasnije izbija negoli bukva, pa je to razlog, da se ne uspinje nigda tako visoko kao bukva. Poput bukve traži i hrast lužnjak tlo, koje je prilično bogato mineralnim hranilima. Suho tlo izbjegava, dok uz dovoljnu toplinu podnosi dosta vlage u tlu, pa nam je stoga razumljivo njegovo dolaženje na mjestima, koja su izvrgnuta poplavama ili su inače močvarna. Po svojoj potrebi svijetla, ne obazrevši se pri tom na ostale i u tom pogledu vrlo mu srodne vrste hrastova, stoji najbliže jasenu, pa nam ga valja ubrojiti među drveće svijetla. Spomenuo bih tek mimogred, da ipak treba manje svijetla negoli ariš, breza, bor i neka druga drveta, dok svakako potrebuje više svijetla od kestena. Kao kod svih vrsta drvlja manifestira se potreba svijetla kod hrasta lužnjaka osobito na lošijim staništima, dok se manje očituje na povoljnijima. Hrast lužnjak, koji je u nas najznačajnije drvo savske nizine, gdje tvori čitave lugove, otkuda mu je i ime lužnjak poteklo, nije isključljivo vezan na savsku nizinu, već u društvu sa hrastom kitnjakom rado nastava i južne obronke obližnjeg prigorja.

U šumi hrasta lužnjaka dopušta kasno listanje velikomu broju zelenî, što se brzo razvijaju, nekoliko tjedana nepomućena užitka svijetla. Ta su skromna bića: Anemone nemorosa L., A. Hepatica

Digitized by Google

L., Galanthus nivalis L., Corydalis solida (L.) Swartz., C. cava (L.) Schw. et K., Leucojum vernum L., Paris quadrifolia L., Ranunculus Ficaria L., Adoxa Moschatellina L., Helleborus dumetorum W. K., Scilla bifolia L., Chrysosplenium alternifolium L., Pulmonaria officinalis L., P. montana Lej. Svatko poznaje te biljke, jer tada, kada ljudsko oko traži cvjetove i prvo proljetno zelenilo, na tisuće šumsko tlo ukrasuju. Njima brzo prolazi život. Još usred snijega gdjekoja od njih procvjeta, dok druge počinju cvjetati, kada se je tek uspostavilo u drvetima uzdizanje sokova, pa su u plodu, kada na ograncima iznad njih nabrekli pupovi i žućkasto zelenilo prvih listića tlo tek malo zasjenjuje, a gube se, kada je šuma već posve prolistala i zasjenila tlo. Većina tih proljetnica vegetira tek u svojim podzemnim dijelovima, dok rijetke od njih uzdižu svoje listiće do pod konac ljeta, kao na pr. Anemone Hepatica L. I grmovi nastoje pretećі drveta. Za teški posao tvorbe listova trebaju više svijetla negoli za kemijsku izmjenu plinova, za koju mnogome od njih, kao na pr. svibu (Cornus sanguinea L.), dostaje i duboka sjena. U proljeće prije listanja drvetâ vidimo, da je veći dio niskog drvlja već dobrano prolistao, dok su drveta još posve bez lisnog nakita. Tako možemo kadšto već svršetkom ožujka vidjeti lišćem urešene: Sambucus nigra L., Evonymus vulgaris Mill., Crataegus Oxyacantha L., C. monogyna Jacq. i Ligustrum vulgare L., dok visoko drvlje iznad njih počinje tek svoje pupove otvarati. Ta se pojava osniva na prilagodbi grmova fotokemijskoj klimi. Njihovi se pupovi otvaraju već kod manjih intensiteta svijetla prvih dana proljeća, te tako biva njihovo listanje baš u pravo vrijeme, dok ih krošnjato drveće, koje ih nadvisuje, nije još jače zasjenilo. Za tvorbu pravog vegetativnog lišća potrebno je više svijetla negoli za uzdržanje ostalih životnih djelatnosti.

Poradi pasenja često se je izgubio karakter niskog raslinstva u formaciji hrasta lužnjaka. Svinje, koje seljaci često tjeraju u hrastike, rijući po tlu upravo iskorjenjuju i uništavaju nisko raslinstvo, pa je ono stoga mjestimice mršavo. Tlo od svinja izrito najradije pokrije samo Polygonum Persicaria L. Gdje se je šuma hrasta lužnjaka mogla nesmetano razviti, tamo se ističu osobito neke trajne zeleni, kao na pr. Scrophularia nodosa L., Eupatorium cannabinum L., Chrysanthemum vulgare (L.) Bernh., Picris hieracioides L., Hieracium silvestre Tausch. i dr. Tek mjestimice na povoljnijim mjestima nalazimo i papradi, pa se osobito ističe samo Aspidium Filix mas (L.) Sw. O bujnijem razvitku biljaka trusnjača izuzevši

Digitized by Google

neke gljive, poimence od rodova Polyporus, Trametes i Fistulina, jedva se može govoriti. Mahova nalazimo češće tek pri dnu debala, i to običnih vrsta. Samo raspukla kora starih debala bogato je pokrita nekim običnijim lišajima.

Sastojina formacije hrasta lužnjaka (Quercus Robur L.).

Visoko drvlje.

Quercus Robur L.
„ sessiliflora Salisb.
„ Cerris L.
Alnus rotundifolia Mill.
Carpinus Betulus L.
Salix alba L.
„ fragilis L.
Populus tremula L.
„ alba L.
„ nigra L.
Ulmus campestris Huds.
Tilia cordata Mill.
Acer campestre L.
Pirus communis L.
Fraxinus excelsior L.

Nisko drvlje.

Juniperus communis L.
Corylus Avellana L.
Salix Caprea L.
Rhamnus Frangula L.
Evonymus vulgaris Mill.
Crataegus Oxyacantha L.
„ monogyna Jacq.
Prunus spinosa L.
Cornus sanguinea L.
Ligustrum vulgare L.
Viburnum Opulus L.
Sambucus nigra L.

Digitized by Google

Penjalice i povijuše.

Vitis silvestris Gmel.
Hedera Helix L.
Lonicera Caprifolium L.

Nisko raslinstvo.

Aspidium Filix mas (L.) Sw.
Athyrium Filix femina (L.) Roth. (var. fissidens Döll.)
Pteridium aquilinum (L.) Kuhn.
Equisetum hiemale L.

Deschampsia caespitosa (L.) Beauv.
Molinia arundinacea Schrk.
Agrostis alba L.
Calamagrostis Epigeios (L.) Roth.
Festuca gigantea (L.) Vill.
Juncus conglomeratus L.
„ effusus L.
Veratrum album L.
Scilla bifolia L.
Paris quadrifolia L.
Galanthus nivalis L.
Leucojum vernum L.
Polygonum Persicaria L.
Rumex sanguineus L.
Stellaria aquatica (L.) Scop.
„ neglecta Weihe
„ graminea L.
Viscaria viscosa (Gilib.) Aschers.
Anemone nemorosa L.
„ Hepatica L.
Ranunculus repens L.
„ Ficaria L.
Helleborus dumetorum W. K.
Corydalis solida (L.) Swartz.
„ cava (L.) Schw. et K.
Aegopodium Podagraria L.
Pimpinella major (L.) Huds.
Angelica silvestris L.

Digitized by Google

Daucus Carota L.
Oenanthe Banatica Heuffel
Lythrum Salicaria L.
Chrysosplenium alternifolium L.
Potentilla erecta (L.) Hampe.
Trifolium strepens Cr.
Lysimachia Nummularia L.
Vinca minor L.
Myosotis scorpioides Hill.
„ laxiflora Rchb.
„ sparsiflora Mikan.
Pulmonaria officinalis L.
„ montana Lej.
Glechoma hederacea L.
Ajuga reptans L.
Brunella vulgaris L.
„ laciniata L.
Galeopsis pubescens Bess.
Stachys officinalis (L.) Trev.
Lycopus Europaeus L.
Scrophularia nodosa L.
Galium verum L.
Adoxa Moschatellina L.
Campanula patula L.
Lapsana communis L.
Lactuca muralis (L.) Fres.
Achillea Millefolium L.
Chrysanthemum vulgare (L.) Bernh.
Erigeron annuus (L.) Pers.
Eupatorium cannabinum L.
Picris hieracioides L.
Hieracium silvestre Tausch.

Parasiti.

Loranthus Europaeus Jacq.
Lathraea Squamaria L.

Mahovi.

Marchantia polymorpha L.
Weisia viridula Brid.

Digitized by Google

Dicranella varia Schimp.
Fissidens bryoides Hedw.
„ adiantoides Hedw.
„ taxifolius Hedw.
Ceratodon purpureus Brid.
Ulota crispa Brid.
„ crispula Brid.
Racomitrium canescens Brid.
Bryum caespititium L.
„ argenteum L.
Mnium undulatum Hedw.
„ hornum Hedw.
Anomodon viticulosus Hook. et Tayl.
„ attenuatus Hartm.
Thuidium tamariscinum Schimp.
Eurhynchium striatum Schimp.
„ praelongum Schimp.
Hylocomium triquetrum Schimp.
„ splendens Schimp.

e. **Formacija obalnog drvlja, crne jove (Alnus rotundifolia Mill.) i vrbâ (Salix).**

Sve vode zagrebačke okoline, napose rijeku Savu pa potoke i potočiće, što se u nju izlijevaju, prati najčešće uzani obrub obalnog drvlja, među kojim se osobito ističu crna jova i neke vrbe.

Crna jova (Alnus rotundifolia Mill.) glavno je drvo obale rijeke Save pa potoka i potočića, što se u nju izlijevaju. Ona voli vlažne dijelove savske nizine, pa se u gori pomalo gubi. Uspijeva samo na vazda vlažnom, humoznom, mineralnim hranilima bogatom tlu. Od osobite je važnosti veći sadržaj vode u njemu. Lakše podnosi prekomjernu vlagu tla negoli umjereni stepen vlage, koji za većinu naših šumskih drveta, kao na pr. za jelu, smreku, bukvu dostaje. Što se njezine potrebe svijetla tiče, to ona pripada među drveta, koja ljube svijetlo. Tek mimogred spominjem, da je i kod nje potreba svijetla na boljim staništima nešto manja negoli na lošijim. Njezino tamnozeleno, sočno i sjajno, kao olašteno lišće osobito se ističe u zelenilu dolova, kojima protječu potoci i potočići naše okoline. pa im podaje neko osobito obilježje.

Digitized by Google

Ne manje važne su za ovu formaciju i neke vrbe, od kojih je najobičnija bijela vrba (Salix alba L.), dok su manje obične, ako i ne rijetke Salix incana Schrk., S. viminalis L., S. fragilis L. S. purpurea L., S. amygdalina L.

Na vlažnom i humoznom tlu savske nizine dolaze i u našoj okolini maleni lugovi, koji su često sastavljeni poglavito od bijele topole i crnog jagnjeda, pa nas, ako i u malom, sjećaju onih, koji su drugdje tako značajni za poriječje Dunava.

Bijela topola (Populus alba L.) obično je grmolika, pa na stanište stavlja veće zahtjeve negoli trepetljika (Populus tremula L.), jer za povoljno uspijevanje treba plodno, rahlo, vlažno tlo. Osobito voli pjeskovito-ilovasto i pjeskovito-humozno tlo, koje je vrlo vlažno, a takovo nalazi u nas osobito uza Savu. Poput trepetljike drvo je svijetla, ali ne u onom stepenu kao trepetljika.

Crni jagnjed (Populus nigra L.), koji raste u nas uz potoke i Savu kao samoniklo drvo, najbolje je razvit uzduž Save među obalnim drvećem, gdje najradije druguje sa bijelom topolom. Općenito govoreći nije tako strogo vezan na savsku nizinu kao ona, ali ipak u goru ne zalazi visoko, jer mu je gornja visinska međa kod 300 m. On se lako prilagodi svakomu tlu i klimi, pa se je u tome približio trepetljici, ako je i nije u tom pogledu dostigao. Najbolje uspijeva u nizinama, pa je stoga i kod nas najbujniji uza Savu. Drvo je svijetla. Vrijedno je ovdje i to spomenuti, da naša okolina ima jedan ženski eksemplar srodnoga mu jablana (Populus italica [Duroi] Mönch), koji se inače u nasadima često kultivira, pa je drvo dvodomno, kojega su ženski individuji u čitavoj Evropi dosta velika rijetkost. Jedan takav nalazi se na posjedu obitelji Mallinove u Sv. Žaveru u društvu sa jednim muškim. Moguće je, da su ga zasadili Isusovci, dok su tamo imali samostan.

Od značajnog za ovu formaciju drveća vrijedno je još napose spomenuti ugledno stablo perasta lišća, visoka, vitka i glatka debla, bijeli jasen (Fraxinus excelsior L.), koji osobito voli savsku nizinu.

Spomenuvši, da uz obale potokâ kod Sv. Šimuna ima da dolazi Myricaria Germanica (L.) Desv., upozoriti mi je na to, da često među obalno drvlje prodire grmlje iz formacije šikaraste šume, koje nastava na relativno suhoj zemlji između higrofilnog drvlja i kojega korijenje ne dopire kao ono obalnog drvlja do slojeva bogatih vodom. Kao najznačajnije takve grmove spominjem trnulu (Prunus spinosa L.), žutikovinu (Berberis vulgaris L.), kalinu (Ligustrum vulgare L.), običnu borovicu (Juniperus communis L.) i od ružâ

Digitized by Google

Rosa rubiginosa L. Za guštike, što ih ovi grmovi stvaraju, osobito u blizini rijeke Save, pored hrmena (Galega officinalis L.), najznačajnija je biljka svionica (Asclepias Syriaca L.), koja potječe iz sjeverne Amerike, pa je njenom rasprostranjenju u našoj okolini mnogo doprinijela rijeka Sava. Savom donesena već se je kod nas posve udomila, a gdje dolazi, ima je redovno u velikim masama.

Prelazeći preko ostaloga za tu formaciju značajnog bilja, koje će se razabrati iz popisa sastojine za formaciju obalnog drvlja, crne jove i vrbâ, spomenut ću samo to, da u Dolju kod Podsuseda u svježoj hladovini crne jove kod toploga vrela dolazi nježna paprat, gospin vlas (Adiantum Capillus Veneris L.), koja voli tople i vlažne pećine, pa je ima i na Sardiniji, Kanarskim otocima, u Egiptu, sjevernoj Americi i jugozapadnoj Aziji.

Sastojina formacije obalnog drvlja, crne jove (Alnus rotundifolia Mill.) i vrbâ (Salix).

Visoko drvlje.

Alnus rotundifolia Mill.
Salix alba L. (i var. vitellina W. Koch)
„ incana Schrk.
„ viminalis L.
„ fragilis L.
„ purpurea L.
„ amygdalina L.
Populus alba L.
„ nigra L.
„ tremula L.
Ulmus campestris Huds.
Acer campestre L.
Fraxinus excelsior L.

Nisko drvlje.

Grmoliki mlađi naraštaj visokog drvlja.
Juniperus communis L.
Corylus Avellana L.
Berberis vulgaris L.
Evonymus vulgaris Mill.
Prunus spinosa L.
Rosa rubiginosa L.

Digitized by Google

Rhamnus cathartica L.
„ Frangula L.
Myricaria Germanica (L.) Desv. (?)
Cornus sanguinea L.
Ligustrum vulgare L.
Viburnum Opulus L.
Sambucus nigra L.
Solanum Dulcamara L.

Penjalice i povijuše.

Humulus Lupulus L.
Cucubalus bacciferus L.
Clematis Vitalba L.
„ recta L.
Vitis silvestris Gmel.
Rubus caesius L.
Convolvulus arvensis L.
Calystegia sepium (L.) R. Br.
Galium Aparine L.

Nisko raslinstvo.

Adiantum Capillus Veneris L.
Equisetum maximum Lam.
„ palustre L.
„ hiemale L.

Brachypodium silvaticum (Huds.) R. et Sch.
Festuca gigantea (L.) Vill.
Poa nemoralis L.
Carex riparia Curt.
„ vulpina L.
Scirpus silvaticus L.
Juncus effusus L.
„ compressus Jacq.
Urtica dioica L.
Rumex sanguineus L.
„ Hydrolapathum Huds.
Stellaria graminea L.
„ uliginosa Murr.

Digitized by Google

Stellaria aquatica (L.) Scop.
„ neglecta Weihe
Sagina procumbens L.
Saponaria officinalis L.
Ranunculus repens L.
„ Sardous Cr.
„ Ficaria L.
Caltha palustris L.
„ cornuta Sch. N. K. var. latifolia Schur.
Barbarea vulgaris R. Br.
Armoracia rusticana G. M. Sch.
Cardamine amara L.
„ pratensis L.
Abutilon Avicennae Gärtn.
Chamaenerium palustre Scop.
Epilobium parviflorum Schreb.
„ obscurum Schreb.
Oenothera muricata L.
„ biennis L.
Hypericum acutum Mnch.
Heracleum Sphondylium L.
Chaerophyllum temulum L.
Angelica silvestris L.
Aegopodium Podagraria L.
Torilis Anthriscus (L.) Bernh.
Geranium phaeum L.
Filipendula Ulmaria (L.) Maxim.
Geum urbanum L.
Lythrum Salicaria L.
Galega officinalis L.
Melilotus Petitpierreanus (Hayne) Willd.
Euphorbia Esula L.
„ Cyparissias L.
Lysimachia Nummularia L.
Asclepias Syriaca L.
Symphytum officinale L.
Myosotis scorpioides Hill.
Lycopus Europaeus L.
Mentha verticillata L.
„ aquatica L.

Digitized by Google

Salvia glutinosa L.
Scutellaria galericulata L.
Stachys palustris L.
Ajuga reptans L.
Gratiola officinalis L.
Verbena officinalis L.
Veronica Anagallis-aquatica L.
Linaria vulgaris Mill.
Scrophularia nodosa L.
„ vernalis L.
Sambucus Ebulus L.
Galium Mollugo L.
Succisa praemorsa (Gilib.) Aschers.
Dipsacus pilosus L.
Eupatorium cannabinum L.
Tussilago Farfara L.
Petasites albus (L.) Gärtn.
Artemisia vulgaris L.
Erigeron annuus (L.) Pers.
Pulicaria dysenterica (L.) Gärtn.
Chrysanthemum vulgare (L.) Bernh.
Arctium tomentosum Mill.
„ Lappa L.
Senecio erraticus Bert.

Parasiti.

Viscum album L.
Cuscuta lupuliformis Krock.

Mahovi.

Marchantia polymorpha L.
Pleuridium nitidum Schimp.
Dichodontium pellucidum Schimp.
Orthotrichum tenellum Bruch.
Racomitrium aciculare Brid.
Mnium punctatum Hedw.
„ rostratum Schwägr.
„ cuspidatum Hedw.
„ hornum Hedw.
Pylaisia polyantha Schimp.

Digitized by Google

2. Formacije šikarâ.

f. Šikarasta šuma ili formacija lijeske (Corylus Avellana L.).

I u zagrebačkoj su okolini niske šikare često zamijenile visoku šumu. One su zanimljive zbog svoga promjenljivog sastava, koji zavisi o različnom načinu njihova razvitka. Šikarasta šuma postaje naime vrlo često nakon posvemašnjeg iskrčenja svih onih elemenata, koji tvore drveće, ili bar svega drvlja, koje je postiglo visinu drveća, na mjestima različnih šuma. Poradi pretežnosti različnih grmova, također poradi stalnog uklanjanja i oštećivanja drveća, koje je niklo između grmlja, ljudskim rukama, ali ne manje također poradi nastavljanog oštećivanja drvlja od raznih životinja, što pasu, zadržava formacija šikaraste šume svoj karakter kao šikarasta formacija. Spomenuo bih ovdje i to, da je uzrok, što šuma na Rebru, Gračecu i sličnim točkama našega prigorja ne postiže nikakva razvoja, i u osobitom sastavu tla, budući da se na razmjerno tankoj naslagi humusa i zemlje, koja pokriva vapnenu jezgru tih brežuljaka, visoko drvlje ne može učvrstiti, pa zato tu dominira nisko drvlje. Formacija šikaraste šume zapremila je mnoge obronke prigorja, ali i gore, gdje dolazi često i kao široki obrub šumâ. Ta udruga biljna, koja je sastavljena od različna grmlja i kojoj gotovo nigdje ne manjka lijeska (Corylus Avellana L.), mogla bi se označiti i formacijom lijeske. Nije manje značajna za tu formaciju, osobito za vapneno tlo, hudikovina (Viburnum Lantana L.) i žutikovina (Berberis vulgaris L.). Osobito često dolaze: svib (Cornus sanguinea L.), kalina (Ligustrum vulgare L.), kruška (Pirus communis L.), borovica (Juniperus communis L.), klen (Acer campestre L.), trnula (Prunus spinosa L.), glogovi (Crataegus monogyna Jacq. i C. Oxyacantha L.), crni jasen (Fraxinus Ornus L.), pa neke ruže. Tek mjestimice nalazimo: crni grab (Ostrya carpinifolia Scop.), žestiku (Acer Tataricum L.), rašeljku (Prunus Mahaleb L.) i klokočiku (Staphylea pinnata L.). Drvlje, koje tu zbog već spomenutih razloga ostaje u obliku grmlja, dok bi inače izraslo u drveće, može mjestimice biti u većini. To vrijedi osobito za bukvu (Fagus silvatica L.), hrastove, kesten (Castanea sativa Mill.), trepetljiku (Populus tremula L.), krušku (Pirus communis L.) i crni jasen (Fraxinus Ornus L.).

Nisko raslinstvo, koje je osobito svjetlija mjesta šikaraste šume zaokupilo, u glavnom ne pokazuje biljnih vrsta, koje bi baš za tu formaciju osobito značajne bile, što je djelomično i s obzirom na

Digitized by Google

istoriju njezina razvitka razumljivo. Tek je vegetacija, što se razvila na čisto vapnenom tlu, pa se odlikuje svojim kserofitskim karakterom, vrijedna, da se napose istakne. Tu dolaze u obzir osobito neki brežuljci našeg prigorja, od kojih su i po mom sudu s te strane najzanimljiviji Gračec i Rebro, prvi sjeverno od mjesta „Gračani", a drugi u blizini sela „Dolje". S pravom veli Šarić, da je njihovo tlo — tako reći — skladište najljepših i najčudnovatijih biljnih oblika (isp. Šarića: „Fitogeografski odnosi zagrebačke okoline". Glasnik hrv. naravosl. društva. God. XIII. 1902. Str. 9.), od kojih je tu naći, kako i on spominje, Ophrys muscifera Huds., O. aranifera Huds., O. fuciflora (Cr.) Rchb., zatim Orchis purpurea Huds., O. pallens L. i O. militaris L., a ne manjka ni Himantoglossum hircinum (L.) Spr. ističući se oblikom cvijeta, zatim Gymnadenia conopea (L.) R. Br., Listera ovata (L.) R. Br., Anacamptis pyramidalis (L.) Rich., Cephalanthera longifolia (L.) Fritsch. i C. latifolia (Mill.) Janchen; sve same Orchidaceae, koje su strogo vezane na vapneno tlo. Za isti teren (Gračec, Rebro) spominje Šarić osim nabrojenih značajnih kaćunovica još neke druge biljke, kojih je razvoj u jednakoj mjeri zavisan o nazočnosti vapna u tlu. Te bi karakterne pratilice vapna bile po njemu ove: Gentiana ciliata L., Globularia Willkommii Nym., Carlina acaulis L., Aster Amellus L., Anthemis tinctoria L., Hippocrepis comosa L., Linum tenuifolium L., zatim Anthericum ramosum L., Geranium sanguineum L., Asperula cynanchica L., Brunella grandiflora (L.) Jacq., Veronica multifida L., Carduus defloratus L., Anthyllis affinis Britt., a naći je tu također Thesium linifolium Schrk. Od trava konstantna je pratilica vapna miličica-trava (Hierochloa hirta [Schrk.] Hayek), koju seljaci prodaju u Zagrebu kao pudilo moljaca, a od šaševa Carex Michelii Host. Spomenem li još, da podsusedske vlažne dolomite resi Saxifraga cuneifolia L., dok je osojne brežuljke prigorja, osobito oko Podsuseda i Gračana, zapremila Lavatera Thuringiaca L., spomenuo sam najznačajnije bilje te formacije, dok će se ostalo za tu formaciju značajno bilje razabrati iz popisa sastojine šikaraste šume.

Sastojina šikaraste šume.

Drvlje (Gehölze).

Juniperus communis L.
Taxus baccata L.

Digitized by Google

Betula pendula Roth.
Carpinus Betulus L.
Corylus Avellana L.
Ostrya carpinifolia Scop.
Fagus silvatica L.
Castanea sativa Mill.
Quercus sessiliflora Salisb.
„ lanuginosa (Lam.) Thuill.
Populus tremula L.
Ulmus campestris Huds.
Tilia cordata Mill.
Berberis vulgaris L.
Acer campestre L.
„ Tataricum L.
„ Pseudoplatanus L.
Evonymus vulgaris Mill.
Pirus communis L.
„ Malus L.
Sorbus Aria (L.) Cr.
„ torminalis (L.) Cr.
Crataegus monogyna Jacq.
„ Oxyacantha L.
Prunus avium L.
„ spinosa L.
„ Mahaleb L.
Rosa arvensis Huds.
„ Gallica L.
„ rubiginosa L.
Rubus Idaeus L.
Colutea arborescens L.
Cornus sanguinea L.
„ mas L.
Staphylea pinnata L.
Fraxinus Ornus L.
„ excelsior L.
Ligustrum vulgare L.
Viburnum Lantana L.
„ Opulus L.
Sambucus nigra L.

Digitized by Google

Grmići (Zwergsträucher).

Cytisus nigricans L.
„ Austriacus L.
Dorycnium decumbens Jord.
Calluna vulgaris (L.) Hull.
Vaccinium Myrtillus L.

Povijuše i penjalice.

Tamus communis L.
Polygonum dumetorum L.
Clematis Vitalba L.
Vitis silvestris Gmel.
Hedera Helix L.
Vicia Cracca L.
„ villosa Roth.
Astragalus glycyphyllos L.
Lonicera Caprifolium L.
Bryonia alba L.

Nisko raslinstvo.

Asplenium Adiantum nigrum L.
„ Ruta muraria L. (napose f. elatum Aschers.)
„ Trichomanes L.
Athyrium Filix femina (L.) Roth. (var. fissidens Döll.)
Aspidium Filix mas (L.) Sw.
Pteridium aquilinum (L.) Kuhn. (napose var. glabra Hook.)
Polypodium vulgare L. (var. rotundatum Milde i var. commune Milde)
Dryopteris Robertiana (Hoffm.) Christensen
Phyllitis Scolopendrium (L.) Newman

Anthoxanthum odoratum L.
Phleum phleoides (L.) Simk.
Briza media L.
Ventenata dubia (Leers.) F. Schultz.
Milium effusum L.
Bromus erectus Huds.
„ hordeaceus L.

Digitized by Google

Brachypodium pinnatum (L.) Beauv.
Melica uniflora Retz.
„ nutans L.
„ ciliata L.
Dactylis glomerata L.
Festuca rubra L.
Calamagrostis Epigeios (L.) Roth.
Hierochloa hirta (Schrk.) Hayek
Carex pallescens L.
„ flacca Schreb.
„ digitata L.
„ Michelii Host.
„ silvatica Huds.
„ Halleriana Asso.
Luzula pilosa (L.) Willd.
„ nemorosa (Poll.) E. Mey.
„ silvatica (Huds.) Gaud.
Lilium Martagon L.
„ Carniolicum Bernh.
Allium oleraceum L.
„ carinatum L.
Scilla bifolia L.
Erythronium Dens canis L.
Colchicum autumnale L.
Anthericum ramosum L.
Paris quadrifolia L.
Majanthemum bifolium (L.) Schmidt
Polygonatum multiflorum (L.) All.
Convallaria majalis L.
Leucojum vernum L
Iris graminea L.
Crocus Heuffelianus Herbert
Arum maculatum L.
Orchis maculata L.
„ tridentata Scop.
„ militaris L.
„ pallens L.
„ mascula L.
„ purpurea Huds.
Anacamptis pyramidalis (L.) Rich.

Digitized by Google

Listera ovata (L.) R. Br.
Himantoglossum hircinum (L.) Spr.
Platanthera bifolia (L.) Rich.
Gymnadenia conopea (L.) R. Br.
Ophrys muscifera Huds.
„ fuciflora (Cr.) Rchb.
„ aranifera Huds.
Cephalanthera longifolia (L.) Fritsch
„ latifolia (Mill.) Janchen
Urtica dioica L.
Thesium linifolium Schrk.
Stellaria Holostea L.
Melandryum album (Mill.) Garcke
„ dioicum (Mill.) Schinz et Thellung
Silene nemoralis W. K.
„ conica L.
„ Otites (L.) Sm.
Tunica saxifraga (L.) Scop.
Dianthus Croaticus Borb.
„ barbatus L.
Clematis recta L.
Ranunculus Illyricus L.
Helleborus atrorubens W. K.
„ dumetorum W. K.
Anemone Hepatica L.
„ nemorosa L.
„ ranunculoides L.
„ silvestris L.
Actaea nigra (L.) Mill.
Adonis vernalis L.
Epimedium alpinum L.
Cardamine impatiens L.
Arabis Gerardi Bess.
„ pauciflora (Grimm) Garcke
„ auriculata Lam.
„ arenosa Scop.
Alyssum alyssoides L.
Alliaria officinalis Andrz.
Dentaria bulbifera L.
Thlaspi perfoliatum L.

Digitized by Google

Hesperis matronalis L.
Viola silvestris Lam.
„ alba Bess. (var. scotophylla Jord.)
Helianthemum grandiflorum (Scop.) Lam. et DC.
„ hirsutum (Thuill.) Kerner
Lavatera Thuringiaca L.
Althaea hirsuta L.
Malva Alcea L.
„ moschata L.
Hypericum perforatum L.
„ Veronense Schrk.
„ montanum L.
Asarum Europaeum L.
Euphorbia amygdaloides L.
„ Cyparissias L.
„ epithymoides L.
Mercurialis annua L.
Geranium sanguineum L.
„ phaeum L.
„ Robertianum L.
Oxalis Acetosella L.
Linum tenuifolium L.
„ catharticum L.
„ flavum L.
„ viscosum L.
„ hirsutum L.
Polygala vulgaris L.
Sanicula Europaea L.
Torilis Anthriscus (L.) Bernh.
Aegopodium Podagraria L.
Pastinaca sativa L.
Anthriscus trichospermus Schult.
Peucedanum Cervaria (L.) Cuss.
„ Alsaticum L.
„ Austriacum (Jacq.) Koch
„ Oreoselinum (L.) Mnch
Heracleum Sphondylium L.
Chaerophyllum bulbosum L.
„ temulum L.
Laserpitium Prutenicum L.

Digitized by Google

Conium maculatum L.
Sedum acre L.
„ Boloniense Lois
Saxifraga cuneifolia L.
„ tridactylites L.
Chrysosplenium alternifolium L.
Circaea lutetiana L.
Epilobium collinum Gmel.
Chamaenerium angustifolium (L.) Scop.
Aruncus silvester Kostel.
Filipendula hexapetala Gilib.
Fragaria vesca L.
„ moschata Duch.
Aremonia agrimonoides (L.) Neck.
Agrimonia Eupatoria L.
Geum urbanum L.
Potentilla sterilis (L.) Garcke
„ canescens Bess.
„ recta L.
„ obscura Willd.
„ rupestris L.
„ glandulifera Krašan
„ erecta (L.) Hampe
„ incana G. M. Sch.
Genista sagittalis L.
„ tinctoria L.
„ Germanica L.
Hippocrepis comosa L.
Onobrychis viciaefolia Scop.
Trifolium rubens L.
„ medium L.
„ pratense L.
„ alpestre L.
„ ochroleucum Huds.
„ montanum L.
„ repens L.
„ campestre Schreb.
„ scabrum L.
Anthyllis affinis Britt.
Lathyrus pratensis L.

Digitized by Google

Lathyrus silvester L.
„ Pannonicus (Jacq.) Garcke
„ montanus Bernh.
„ vernus (L.) Bernh.
„ variegatus (Ten.) Godr. et Gren.
„ niger (L.) Bernh
„ megalanthus Steudel.
Vicia Oroboides Wulf.
„ sepium L.
„ tetrasperma (L.) Mnch.
Ononis spinosa L.
Galega officinalis L.
Coronilla varia L.
„ coronata L.
Primula vulgaris Huds.
Cyclamen Europaeum L.
Lysimachia punctata L.
„ Nummularia L.
Centaurium umbellatum Gilib.
Gentiana asclepiadea L.
„ ciliata L.
„ cruciata L.
Blackstonia serotina (Koch.) Beck.
Cynanchum Vincetoxicum (L.) R. Br.
Vinca minor L.
Pulmonaria officinalis L.
„ montana Lej.
Symphytum tuberosum L.
„ officinale L.
Lithospermum officinale L.
„ purpureo-coeruleum L.
Galeopsis speciosa Mill.
Salvia glutinosa L.
Origanum vulgare L.
Melittis Melissophyllum L.
Teucrium Chamaedrys L.
Satureja Calamintha (L.) Scheele
„ vulgaris (L.) Fritsch
Ajuga reptans L.
„ Chamaepitys (L.) Schreb.

Digitized by Google

Thymus ovatus Mill.
Brunella vulgaris L.
„ grandiflora (L.) Jacq.
Lamium Orvala L.
„ luteum (Huds.) Krock.
Stachys officinalis (L.) Trev.
Ballota nigra L.
Physalis Alkekengi L.
Melampyrum nemorosum L.
„ pratense L.
Linaria vulgaris Mill.
Euphrasia stricta Host.
„ Rostkoviana Hayne
Veronica Chamaedrys L.
„ latifolia L.
„ officinalis L.
„ multifida L.
„ Teucrium L.
„ spicata L.
Verbascum Blattaria L.
„ phlomoides L.
„ Austriacum Schott
„ nigrum L.
„ Thapsus L.
Orthantha lutea (L.) Kern.
Digitalis ambigua Murr.
Scrophularia nodosa L.
Plantago media L.
„ lanceolata L.
Campanula glomerata L.
„ Trachelium L.
„ Bononiensis L.
„ persicifolia L.
„ patula L.
„ Cervicaria L.
„ Rapunculus L.
Phyteuma spicatum L.
Globularia Willkommii Nym.
Galium verum L.
„ vernum Scop.

Digitized by Google

Galium Cruciata (L.) Scop.
„ lucidum All.
„ Mollugo L.
„ silvaticum L.
Asperula cynanchica L.
Adoxa Moschatellina L.
Sambucus Ebulus L.
Dipsacus fullonum L.
Scabiosa Gramuntia L.
„ agrestis W. K.
Succisa praemorsa (Gilib.) Aschers.
Bellis perennis L.
Inula squarrosa (L.) Bernh.
„ Oculus Christi L.
„ salicina L.
„ hirta L.
Achillea Millefolium L.
„ tanacetifolia All.
Gnaphalium silvaticum L.
Chrysanthemum vulgare (L.) Bernh.
„ corymbosum L.
„ macrophyllum W. K.
„ Leucanthemum L.
Anthemis tinctoria L.
Solidago Virga aurea L.
Senecio nemorensis L.
„ spatulifolius (Gmel.) DC.
Buphthalmum salicifolium L.
Carlina acaulis L.
Artemisia vulgaris L.
Centaurea stenolepis Kern.
„ Rhenana Bor.
Carduus defloratus L.
Cirsium Erisithales (L.) Scop.
Prenanthes purpurea L.
Hypochoeris radicata L.
Leontodon Danubialis Jacq.
„ incanus (L.) Schrk.
Aposeris foetida (L.) Cass.
Picris hieracioides L.

Digitized by Google

Lactuca muralis (L.) Fres.
Lapsana communis L.
Aster Amellus L.
Hieracium Pilosella L.
„ silvaticum (L.) Gouan
„ Sabaudum L.
„ vulgatum Fr.

3. Formacije bez drveća.

g. Dolinska livada.

Kao drugdje tako i kod nas, gdje je klima srednje topline i vlage, gdje je čovjek, poimence kulturni čovjek, dosta dugo mogao utjecati, gdje su oborine i uzdušna vlaga preko čitave godine podjednako razdijeljene, dolaze udruge trava i zeleni, naime livade, koje svoj postanak i sastav gotovo uvijek čovjeku zahvaljuju. Spomenuo bih odmah ovdje, da su samo močvarne livade, osobito uz rijeku Savu, mogle od pradobe postojati, dok su suhe ili bar ne močvarne dolinske livade, na kojima prave trave dominiraju i koje su svojim bogatstvom cvjetova u toplije doba godišta lijep ures naših krajeva, postale iskrčenjem šumâ, pa kada čovjek košnjom ili pasenjem ne bi priječio razvitak sjemenki, koje neprestano iz susjednih šuma dolaze, za izvjestan bi se broj godina namjesto livadâ najprije šikara i napokon šuma razvila. Čini se, da je ova formacija nekoć i u našoj okolini bila više rasprostranjena negoli danas, kada je naročito u bližoj okolini grada istisnuta, a na korist oranice. To je činjenica, koju nam valja zahvaliti napredovanju agrikulture. I u voćnjacima među voćkama nalazimo često vegetaciju dolinske livade, kojoj se je međutim pridružio velik broj ruderalnih biljaka.

Dolinska livada, koja pokazuje srednjoevropski karakter, udruga je ponajčešće visokih, višegodišnjih, zeljastih biljaka, među kojima se osobito ističu prave trave, od kojih neka budu spomenute ove kao najznačajnije: Deschampsia caespitosa (L.) Beauv., D. flexuosa (L.) Trin., Trisetum flavescens (L.) R. et Sch., Dactylis glomerata L., Festuca Uechtritziana Wiesb., F. pratensis Huds., F. rubra L., F. ovina L., Poa pratensis L., P. trivialis L., Holcus lanatus L., Anthoxanthum odoratum L., Phleum pratense L., Briza media L., Agrostis alba L., A. canina L., Arrhenatherum elatius (L.) M. K. Trave su i brojem individua i često brojem vrsta najbolje zastu-

Digitized by Google

pane. Najljepše busove čine od trava rodovi: Dactylis, Anthoxanthum, Poa, Holcus, Deschampsia, Festuca i Agrostis. Osim trava ističu se još mnoge monokotiledonske i dikotiledonske trajne zeleni u biljnom pokrovu dolinske livade. Prirodne porodice Ranunculaceae, Leguminosae, a usred ljeta osobito Umbelliferae i Compositae brojem su individua najbolje zastupane. Dolinska livada odlikuje se svojom svježom zelenom bojom i svojim osobitim bogatstvom cvjetova, poradi čega je bogati život kukaca na nju vezan. Carum Carvi L., Chrysanthemum Leucanthemum L., Bellis perennis L. ističu se svojom bjelinom, dok se svojom žutom bojom odlikuju Ranunculus acer L., Trifolium campestre Schreb., Lotus corniculatus L., L. villosus Thuill., Alectorolophus minor (Ehrh.) Wimm. et Grab., A. major (Ehrh.) Rchb., Galium verum L., Inula Helenium L., Hypochoeris radicata L., Leontodon Danubialis Jacq., Taraxacum officinale Wigg. U crvenilu sjaju glavičaste ucvasti od Trifolium pratense L. i cvjetovi od Lychnis Flos Cuculi L. pa Viscaria viscosa (Gilib.) Aschers. Napokon blaži nam oko modrom i ljubičastom bojom, ako se nađe u velikom broju, Campanula Rapunculus L. ili pod jesen Colchicum autumnale L.

Da flora na različnim livadama nije jednaka, razlog je u raznolikom njihovu postanku, u razlikama s obzirom na vlažnost tla pa u različnom utjecaju čovjeka.

Razlika između dolinske livade i pašnjaka, koji su također umjetni produkti, nije velika, te nam je valja tražiti poglavito u različnom stepenu vlage u tlu. Pašnjaci su sûšî; ne podnose više vlage negoli je ona, što potječe od općih oborina. Vegetacija je pašnjakâ niža i otvorenija negoli livadâ; najčešće se ne mogu ni kositi, već samo popasti. Karakteristična je u nas biljka pašnjaka kaćunovica Spiranthes spiralis (L.) C. Koch, koja je i u fenološkom pogledu zanimljiva, jer je jedan od posljednjih elemenata flore. Pašnjaci su sastavljeni poglavito od trava, među kojima se osobito ističu ove: Anthoxanthum odoratum L., Cynodon Dactylon (L.) Pers., Lolium perenne L., Agropyrum repens (L.) Beauv., Agrostis alba L., Poa pratensis L., Festuca rubra L. i neke vrste Bromusa.

Sastojina dolinske livade.

Anthoxanthum odoratum L.
Koeleria cristata (L.) Pers.
Briza media L.
Andropogon Ischaemum L.

Digitized by Google

Cynodon Dactylon (L.) Pers.
Lolium perenne L.
Cynosurus cristatus L.
Phleum pratense L.
„ phleoides (L.) Simk.
Agropyrum intermedium (Host.) Beauv.
„ repens (L.) Beauv.
Arrhenatherum elatius (L.) M. K.
Trisetum flavescens (L.) R. et Sch.
Poa pratensis L.
„ annua L.
„ trivialis L.
„ compressa L.
Dactylis glomerata L.
Holcus lanatus L.
Deschampsia caespitosa (L.) Beauv.
„ flexuosa (L.) Trin.
Agrostis alba L.
„ canina L.
Festuca Uechtritziana Wiesb.
„ pratensis Huds.
„ rubra L.
„ ovina L.
Bromus erectus Huds.
„ hordeaceus L.
„ commutatus Schrad.
Carex vulpina L.
„ muricata L.
„ praecox Schreb.
„ leporina L.
„ pallescens L.
„ hirtiformis (Pers.) Fritsch
„ distans L.
Ornithogalum Pyrenaicum L.
„ umbellatum L.
Colchicum antumnale L.
Spiranthes spiralis (L.) C. Koch
Orchis Morio L.
„ coriophora L.
„ tridentata Scop.

Digitized by Google

Orchis pallens L.
Urtica dioica L.
Polygonum Convolvulus L.
Chenopodium bonus Henricus L.
Euphorbia Cyparissias L.
„ virgata W. K.
Cerastium brachypetalum Desp.
„ caespitosum Gilib.
Silene venosa (Gilib.) Aschers.
Lychnis Flos Cuculi L.
Dianthus Carthusianorum L.
Sagina procumbens L.
Viscaria viscosa (Gilib.) Aschers.
Stellaria graminea L.
Melandryum album (Mill.) Garcke
Ranunculus acer L.
„ lanuginosus L.
„ repens L.
„ bulbosus L.
„ Sardous Cr.
Alliaria officinalis Andrz.
Chelidonium majus L.
Hypericum perforatum L.
Geranium phaeum L.
„ columbinum L.
„ dissectum L.
Polygala vulgaris L.
Linum catharticum L.
Anthriscus trichospermus Schult.
Aegopodium Podagraria L.
Heracleum Sphondylium L.
Peucedanum Cervaria (L.) Cuss.
„ Oreoselinum (L.) Mnch.
Carum Carvi L.
Daucus Carota L.
Pimpinella major (L.) Huds.
Pastinaca sativa L.
„ opaca Bernh.
Malva moschata L.
Geum urbanum L.

Digitized by Google

Filipendula hexapetala Gilib.
Agrimonia Eupatoria L.
Potentilla argentea L.
„ anserina L.
Sanguisorba minor Scop.
Medicago sativa L.
„ falcata L.
„ lupulina L.
Trifolium pratense L.
„ medium L.
„ scabrum L.
„ arvense L.
„ repens L.
„ campestre Schreb.
„ strepens Cr.
Ononis hircina Jacq.
Anthyllis Vulneraria L. (var. vulgaris Koch)
Melilotus Petitpierreanus (Hayne) Willd.
„ albus Desr.
Galega officinalis L.
Vicia hirsuta (L.) Gray
„ villosa Roth.
„ tenuifolia Roth.
„ Cracca L.
Lotus corniculatus L.
„ villosus Thuill.
Lathyrus pratensis L.
„ megalanthus Steudel.
Lysimachia Nummularia L.
Verbena officinalis L.
Melissa officinalis L.
Lamium maculatum L.
Salvia pratensis L.
„ verticillata L.
Stachys officinalis (L.) Trev.
„ recta L.
Brunella vulgaris L.
„ laciniata L.
Thymus ovatus Mill.
Ajuga reptans L.

Digitized by Google

Veronica arvensis L.
Alectorolophus minor (Ehrh.) Wimm. et Grab.
„ major (Ehrh.) Rchb.
Verbascum Blattaria L.
Orobanche caryophyllacea Sm.
„ gracilis Sm.
„ lutea Baumg.
Cuscuta Epithymum Murr.
„ Trifolii Bab.
Plantago major L.
„ media L.
„ lanceolata L.
Campanula Rapunculus L.
„ patula L.
Galium verum L.
„ Cruciata (L.) Scop.
„ Mollugo L.
Scabiosa Gramuntia L.
Succisa praemorsa (Gilib.) Aschers.
Knautia arvensis (L.) Coult.
Chrysanthemum Leucanthemum L.
Erigeron annuus (L.) Pers.
Bellis perennis L.
Inula Helenium L.
Cirsium canum (L.) M. B.
Hypochoeris radicata L.
Cichorium Intybus L
Tragopogon pratensis L.
Leontodon Danubialis Jacq.
„ autumnalis L.
Taraxacum officinale Wigg.
Lapsana communis L.
Sonchus oleraceus Hill.
Crepis biennis L.
„ setosa Hall.
„ taraxacifolia Thuill.
Hieracium pratense Tausch.
„ Florentinum All.
„ Pilosella L.

Digitized by Google

h. Močvarna livada.

Prijelaz dolinskih livada u močvarne, za koje već spomenuh, da su mogle od pradobe postojati, pa ovih u močvare i u našoj je okolini postepen. Duboko humozno, uvijek dosta vlažno tlo dolinskih livada postaje u blizini voda stajaćica i tekućica prevlažno, tako da se slatke trave i većina trajnih zeleni pomalo gubi i na njihovo mjesto pridolaze kisele trave, osobito vrste Carex i Juncus, koje u udruzi sa mnogim, značajnim za jako vlažno tlo, trajnim zelenima prevlađuju. Na takvim mjestima pokazuje se vegetacija na „močvarnoj livadi" još kao zatvorena formacija, dok s većim približenjem k vodama stajaćicama a i tekućicama gubi doskora svoj savez te se uz pridolazak snažnog obalnog raslinstva promijeni u otvorenu „formaciju močvarnog bilja".

Samo u savskoj su nizini močvarne livade raširenije. U prigorju i u gori, gdje su od neznatne važnosti, pridružiše se takvim mjestima, koja su uvijek dosta vlažna i puna izvora, tako na pr. u Ponikvama, čim prestane suho tlo, pojavljuju se vodoljubne biljke, od kojih po Hircu ima tu preslica, sitina, Cirsium oleraceum (L.) Scop., Epipactis palustris (L.) Cr., Lythrum Salicaria L., Filipendula Ulmaria (L.) Maxim., Eupatorium cannabinum L., Chaerophyllum Cicutaria Vill., Galega officinalis L., Ranunculus acer L., Brunella vulgaris L., Epilobium hirsutum L., E. parviflorum Schreb., Gratiola officinalis L., Rumex Hydrolapathum Huds., Valeriana officinalis L., Gymnademia conopea (L.) R. Br. i Eriophorum latifolium Hoppe. (isp. Drag. Hirca: „Prirodni zemljopis Hrvatske". Knj. prva. Str. 151.). Na vapnenom tlu, koje je za vodu vrlo propusno, nijesu se mogle razviti močvarne livade.

Močvarnim livadama podaju neke trave i šaševi, koji u velikom broju dolaze, fiziognomski karakter livada. Trajne zeleni, među njima kadšto i vitka trska (Phragmites vulgaris [Lam.] Druce), postižu jedva koji metar visine. Budući da se često i kose, to je razumljiv i čvršći savez svega raslinstva močvarne livade, koje tipično srednjoevropskoj flori pripada. Samo malo toj flori tuđih elemenata, u formaciji od sporedne važnosti, nalazi se razasuto, kao na pr. Leersia oryzoides (L.) Sw., Oenanthe media Gris. ili snažna Inula Helenium L. Rasline, koje se odlikuju svojim bogatstvom cvjetova, pripadaju srednjoevropskoj flori, tako: gotove sve Gramineae, Cyperaceae i Juncaceae, Leucojum aestivum L., sve Orchidaceae, među kojima se osobito ističe Orchis laxiflora Lam.

Digitized by Google

zatim Lythrum Salicaria L., Thalictrum flavum L., Mentha Pulegium L., Pulicaria dysenterica (L.) Gärtn., Cirsium palustre (L.) Scop. i C. oleraceum (L.) Scop. Spomenem li još, da srednjoevropskoj flori pripada i Fritillaria Meleagris L., koja je osobito značajna za močvarne livade oko Sesveta, spomenuo sam najznačajnije za tu formaciju bilje.

Sastojina močvarne livade.

Equisetum maximum Lam.
„ palustre L.

Leersia oryzoides (L.) Sw.
Holcus lanatus L.
Deschampsia caespitosa (L.) Beauv.
Molinia coerulea (L.) Mnch.
Phragmites vulgaris (Lam.) Druce
Briza media L.
Poa trivialis L.
„ palustris L.
Agrostis alba L.
Scirpus silvaticus L.
„ maritimus L.
Carex distans L
„ gracilis Curt.
„ riparia Curt.
„ Oederi Retz.
„ paniculata L.
„ tomentosa L.
„ vulpina L.
„ acutiformis Ehrh.
„ vesicaria L.
„ flava L.
„ panicea L.
„ diandra Schrk.
„ hirta L.
Cyperus serotinus Rottb.
„ glomeratus L.
Eriophorum latifolium Hoppe
Sparganium simplex L.

Digitized by Google

Juncus conglomeratus L.
„ compressus Jacq.
„ bufonius L.
„ effusus L.
„ glaucus Ehrh.
Acorus Calamus L.
Fritillaria Meleagris L.
Leucojum aestivum L.
Alisma Plantago-aquatica L.
Orchis laxiflora Lam.
Epipactis palustris (L.) Cr.
Gymnadenia conopea (L.) R. Br.
Rumex conglomeratus Murr.
„ crispus L.
„ Hydrolapathum Huds.
Polygonum Persicaria L.
„ Hydropiper L.
Cerastium viscosum L.
Lychnis Flos Cuculi L.
Stellaria uliginosa Murr.
„ aquatica (L.) Scop.
Caltha palustris L.
Ranunculus acer L.
„ sceleratus L.
„ bulbosus L.
„ repens L.
Thalictrum flavum L.
Barbarea vulgaris R. Br.
Roripa silvestris (L.) Bess.
„ Austriaca (Jacq) Bess.
„ amphibia (L.) Bess.
Cardamine pratensis L.
„ amara L.
Althaea officinalis L.
Peplis Portula L.
Lythrum Salicaria L.
Epilobium parviflorum Schreb.
„ hirsutum L.
Hypericum acutum Mnch.
Angelica silvestris L.

Digitized by Google

Oenanthe silaifolia M. B.
„ media Gris.
Chaerophyllum Cicutaria Vill.
Carum Carvi L.
Filipendula Ulmaria (L.) Maxim.
Sanguisorba minor Scop.
Galega officinalis L.
Melilotus Petitpierreanus (Hayne) Willd.
Trifolium campestre Schreb.
Euphorbia Esula L.
Blackstonia serotina (Koch.) Beck.
Lysimachia Nummularia L.
Symphytum officinale L.
Myosotis scorpioides Hill.
Scutellaria galericulata L.
Lycopus Europaeus L.
„ exaltatus L. f.
Mentha Pulegium L.
„ aquatica L.
Brunella vulgaris L.
Stachys officinalis (L.) Trev.
Scrophularia alata Gilib.
„ nodosa L.
Veronica serpyllifolia L.
Gratiola officinalis L.
Solanum Dulcamara L.
Galium palustre L.
„ uliginosum L.
„ verum L.
Valeriana officinalis L.
Dipsacus pilosus L.
Succisa praemorsa (Gilib.) Aschers.
„ inflexa (Kluk.) Jundzill
Tussilago Farfara L.
Eupatorium cannabinum L.
Petasites hybridus (L.) G. M. Sch.
Senecio erraticus Bert.
Pulicaria dysenterica (L.) Gärtn.
„ prostrata (Gilib.) Aschers.
Bidens cernua L.

Digitized by Google

Bidens tripartita L.
Inula Helenium L.
Erigeron annuus (L.) Pers.
Chrysanthemum Leucanthemum L.
Cichorium Intybus L.
Cirsium oleraceum (L.) Scop.
„ palustre (L.) Scop.
„ canum (L.) M. B.
Crepis biennis L.

i. Formacija močvarnih biljaka.

Kao što i Šarić u svojoj raspravi: „Fitogeografski odnosi zagrebačke okoline" (Glasnik hrv. naravosl. društva. God. XIII. 1902. Str. 6. i 7.) spominje, obrubljuje sjevernu gorovitu polu naše okoline na južnoj strani savska nizina, i to baš ondje, gdje tercijarno prigorje prestaje. Ta se nizina nastavlja dalje prema jugu, pa kako uvelike obiluje vodom, to se ne ćemo čuditi, ako tamo nađemo i posve osobitu floru. Tlo se sastoji od aluvijalnih i diluvijalnih inundacija rijeke Save, pa kako ona u svom tijeku stvara mnogobrojne rukave i močvare, to i vegetacija, što se uz nju razvila, nosi na sebi jasno izraženi močvarni karakter. Elementi te vegetacije oni su isti, koji u glavnom prevlađuju na svakom močvarnom tlu.

Govoreći o močvarnoj livadi već smo rekli, da se njezina vegetacija još pokazuje kao zatvorena formacija, koja s većim približenjem k vodama stajaćicama i tekućicama gubi doskora svoj savez te se uz pridolazak snažnog obalnog raslinstva promijeni u otvorenu „formaciju močvarnog bilja", kojoj su vodene plohe, što se nalaze među pojedinim raslinama, oduzele fiziognomiju livade. Ipak ima prijelaza k močvarnim livadama gotovo svuda, gdje su obale položitije, tako da mnoge rasline močvarne livade među močvarno bilje prodiru. Po vodama stajaćicama bujno se je razvila žuta perunika (Iris Pseud-Acorus L.), mjestimice vitka trska (Phragmites vulgaris [Lam.] Druce) i iđirot (Acorus Calamus L.) pa razni rogozi (Typha angustifolia L. i T. latifolia L.), koji posljednji osobito vole manja vodena korita i dublje vodene grabe. Hippuris vulgaris L. rijetko manjka vodama stajaćicama. Veći izbor vrsta pokazuju pliće vode. Grabe uz livade ispunjaju često Veronica Anagallis-aquatica L. u društvu sa travama Glyceria plicata Fr. i

Digitized by Google

Leersia oryzoides (L.) Sw., žuta perunika (Iris Pseud-Acorus L.) pa Sparganium erectum L. i S. simplex L. Svojim cvjetovima često je ures takvih staništa Lythrum Salicaria L., Epilobium hirsutum L., E. parviflorum Schreb., pa Leucojum aestivum L. Nigdje, gdje je vode, ne manjka Alisma Plantago-aquatica L., koja s obzirom na stanište nije baš osobito izbirljiva. Toj se biljci pridružuje kao vjerna pratilica Heleocharis palustris (L.) R. Br. Posvuda raširena, mirisna Mentha Pulegium osobito traži rubove kaljuža, koje resi svojim ljubičastim cvjetićima. Za mjesta, koja su samo periodički vodom potopljena osobito je značajan Cyperus serotinus Rottb. i Valeriana sambucifolia Mik.

Sastojina formacije močvarnih biljaka.

Equisetum limosum L.
Glyceria plicata Fr.
„ fluitans (L.) R. Br.
Phragmites vulgaris (Lam.) Druce
Leersia oryzoides (L.) Sw.
Typhoides arundinacea (L.) Moench.
Carex riparia Curt.
Scirpus maritimus L.
Schoenoplectus triqueter (L.) Palla
Heleocharis palustris (L.) R. Br.
Cyperus serotinus Rottb.
Acorus Calamus L.
Juncus glaucus Ehrh.
Typha angustifolia L.
„ latifolia L.
Sparganium erectum L.
„ simplex L.
Alisma Plantago-aquatica L.
Leucojum aestivum L.
Iris Pseud-Acorus L.
Rumex Hydrolapathum Huds.
„ pulcher L.
Stellaria aquatica (L.) Scop.
Caltha palustris L.
Roripa amphibia (L.) Bess.
Cardamine Nasturtium (L.) Ktze.
Hippuris vulgaris L.

Digitized by Google

Lythrum Salicaria L.
Ludwigia palustris (L.) Elliot.
Epilobium hirsutum L.
„ parviflorum Schreb.
Oenanthe aquatica (L.) Poir.
Myosotis scorpioides Hill.
Lycopus Europaeus L.
„ exaltatus L. f.
Mentha Pulegium L.
„ aquatica L.
„ verticillata L.
Gratiola officinalis L.
Veronica Anagallis-aquatica L.
Valeriana sambucifolia Mik.
Bidens cernua L.

k. **Formacija vodenih biljaka.**

Ta se formacija poglavito razvila u nizini rijeke Save, gdje nalazimo vode stajaćice najvećma rasprostranjene. Tamo vodeno bilje, među koje po Warmingu (Lehrb. d. ökolog. Pflanzengeographie. Zweite Aufl. d. deutschen Ausgabe. Berlin, 1902. Str. 168.) ubrajam sve one biljke, kojima su organi za asimilaciju u vodi potopljeni ili tek na vodi plivaju, dolazi u velikom broju, dok u ostalim dijelovima naše okoline nalazimo samo gdjegdje kaljuže i u njima vrstama siromašnu vodenu vegetaciju.

Od vodenog bilja značajan je za našu okolinu bijeli lopoč (Nymphaea alba L.), kojega lišće i lijepi bijeli cvjetovi na površini voda stajaćica oko Save plivaju. Njemu se pridružuje žuti lokvanj (Nuphar luteum [L.] Sibth. et Sm.). Nije manje značajan za vode stajaćice Ranunculus aquatilis L., Potamogeton natans L., P. perfoliatus L. i P. crispus L., pa Trapa natans L., dok tu i tamo prekriva vodu poput zelenog pokrova t. zv. vodena leća (Lemna minor L.). Spomenem li još, da je Hottonia palustris L. značajna za „savišća“ naše okoline, kojima je lijep ures, spomenuo sam najznačajnije bilje ove formacije, dok će ostalo pokazati popis sastojine formacije vodenih biljaka.

Sastav planktona kako voda u savskoj nizini tako onih u prigorju i u gori nije još istražen, pa stoga ni ja ovdje ne mogu o njemu izvijestiti.

Digitized by Google

Sastojina formacije vodenih biljaka.

Amblystegium irriguum Wils.
Eurhynchium rusciforme Schimp.
Sagittaria sagittifolia L.
Potamogeton natans L.
„ perfoliatus L.
„ crispus L.
Lemna minor L.
Nymphaea alba L.
Nuphar luteum (L.) Sibth. et Sm.
Ranunculus aquatilis L.
Callitriche verna L.
Trapa natans L.
Myriophyllum spicatum L.
Hottonia palustris L.

4. Kulturno tlo.

1. Polja i vrtovi.

Veći dio savske ravnine i prigorja zapremile su kulture, koje su mjestimice segle i u samu goru.

Od žitarica nalaze se osobito u kulturi kukuruz (Zea Mays L.), pšenica (Triticum sativum Lamarck), raž (Secale cereale L.), ječam (Hordeum sativum Jessen), zob (Avena sativa L.), pa sirak (Sorghum vulgare Pers.), dok je proso (Panicum miliaceum L.) rjeđe u kulturi. Isto tako nije baš prečesto u kulturi heljda (Fagopyrum sagittatum Gilib.). Riža (Oryza sativa L.) pokušala se i u zagrebačkoj okolini kultivirati, ali s problematičnim uspjehom. Žitarice se često siju izmiješano, pa je posve obični pojav vidjeti kukuruzišta, u kojima je sirak nadvisio sam kukuruz.

Od kulturnih raslina, što u našoj okolini uspijevaju, zacijelo je od najveće vrijednosti vinova loza (Vitis vinifera L.), koja izuzevši savsku nizinu i više dijelove Zagrebačke gore svuda u našoj okolini izvrsno uspijeva. Najveći dio tla u prigorju zapremljen je vinogradima. Prekrasno grožđe daje poglavito izvrsna stolna i desertna vina. Na žalost i u našoj okolini imadu se svuda vinogradari boriti protiv mnogobrojnih neprijatelja loze iz životinjskog i biljnog svijeta. Među onima, koji pri tom najvećma u obzir dolaze, neka budu spomenuti: trsna uš (Phylloxera vastatrix Planch.),

Digitized by Google

koja je uništila većinu naših starih vinograda, ali su na sreću danas već regenerirani na osnovi raznih američkih vrsta loze, koje su opornije spram tog parasita; Peronospora viticola de By. i Oidium Tuckeri Berk. U savezu sa kulturom vinove loze sadi se u nas Salix alba L. var. vitellina W. Koch, koja služi za vezanje loze, pa bagrem (Robinia Pseudacacia L.) i kesten (Castanea sativa Mill.), kojega se grane upotrebljavaju kao potporanj loze.

Dok se krumpir (Solanum tuberosum L.) dosta još po poljima sadi, to se konoplja (Cannabis sativa L.) i lan (Linum usitatissimum C.) tek za kućnu porabu na manjim zemljištima goje. Vrijedno je spomenuti i to, da konoplju često nalazimo u posijanu i u kukuruzištama zajedno sa bučama (Cucurbita Pepo L.), grahom (Phaseolus vulgaris L.) i bobom (Vicia Faba L.).

Od krmnih biljaka najznatnije su: djetelina (Trifolium pratense L.) i lucerna (Medicago sativa L.).

U kućnim vrtovima nalazimo sve običnije povrće, od kojega poimence ističem: peršin (Petroselinum vulgare [Lam.] Fritsch), mrkvu (Daucus Carota L.), celer (Apium graveolens L.), špinac (Spinacia oleracea L.), blitvu (Beta vulgaris L.), kiselicu (Rumex Acetosella L.), vrzinu vrtnu (Brassica oleracea L.) u svim odlikama, buče (Cucurbita Pepo L.), krastavce (Cucumis sativus L.), endiviju (Cichorium Endivia L.), ločiku (Lactuca sativa L.), rajčicu (Solanum Lycopersicum L.), povrtnicu (Raphanus sativus L.), hren (Armoracia rusticana G. M. Sch.), luk crljenac (Allium Cepa L.), pori luk (Allium Porrum L.), češnjak (Allium sativum L.), kozjak (Allium Ascalonicum L.), luk drobnjak (Allium Schoenoprasum L.), grašak (Pisum sativum L.), bob (Vicia Faba L.) i grah (Phaseolus vulgaris L. i P. coccineus L.). Kao začina goje se još: kopar (Anethum graveolens L.), komorač (Foeniculum vulgare L.), kumin (Carum Carvi L.) i aniš (Pimpinella Anisum L.).

Voćarstvo ako i nije posvuda onakovo, kakvo bi moglo i moralo biti, ipak u glavnom napreduje, pa je na zagrebačkom trgu lako vidjeti doista plemenita voća iz najbliže okoline, među kojim se osobito ističu lijepe jabuke (Pirus Malus L.) i slasne kruške (Pirus communis L.) Izvrsne su trešnje (Prunus avium L.), koje se dosta kultiviraju kao i breskve (Prunus Persica [L.] Stokes) pa mandalice (Prunus Armeniaca L.), dok su rjeđe u kulturi višnje (Prunus Cerasus L.). Ako i ima i lijepih šljiva (Prunus domestica L.) u zagrebačkoj okolini, ipak se njihova kultura ne može isporediti s onom u sjevernoj i istočnoj Bosni. Dok još dunja (Cydonia

Digitized by Google

oblonga Mill.) dolazi dosta često u kulturi, to su oskoruša (Sorbus domestica L.) i mušmula (Mespilus Germanica L.) već rjeđe. Ako se orah (Juglans regia L.) najčešće sadi uz kuću, to dudove, bijeli dud (Morus alba L.) i crni dud (Morus nigra L.), nalazimo najčešće zasađene uz ceste, gdje se plodovima hrane seljačka djeca i putnici, dok lišće služi za hranu dudovu svilcu. Smokva (Ficus Carica L.), koja je u našem primorju jedna od najvažnijih kulturnih biljaka, uspijeva i u našoj okolini na zaštićenim mjestima, pa nam je dokaz naše blage klime. Nešto žešća studen uništi obično samo pojedine ogranke, dok rjeđe stavlja u pogibao život čitave biljke. Uspješno se goji osobito u Bukovcu, odakle joj plodove seljaci često donose i na zagrebački trg U vrtovima se još rado goji malina (Rubus Idaeus L.) i grožđice (Ribes rubrum L.), a rijetko se vide u kulturi dinje (Cucumis Melo L.) i lubenice (Citrullus vulgaris Schrad.).

Zanimljivo je, da u seljačkim vrtovima pored povrća potrebnog za kućanstvo nalazimo i bilja, koje se uresa i mirisa, a često i lijeka radi sadi. Od ovoga spomenut ću samo ono, koje se najčešće u takovim vrtovima vidi, a među ovo pripada pisana trava (Phalaris picta L.), bijeli ljiljan (Lilium candidum L.), vrste Iris, ruže (Rosa), đulašik (Lychnis Chalcedonica L.), zečje uho (Lychnis coronaria [L.] Desr.), klinčići (Dianthus), među kojima se osobito često vidi Dianthus gratianopolitanus Vill. (Pfingstnelke), lijepi čovjek (Impatiens balsamina L.), trandovilje (Althaea rosea [L.] Cav.), luštek (Levisticum paludapifolium [Lam.] Aschers.), zimzelen (Vinca minor L.), despik (Lavandula Spica L.), rudasta metvica (Mentha crispa L.), žalfija (Salvia officinalis L.), bosiljak (Ocimum basilicum L.), pčelinja metva (Melissa officinalis L.), mažuran (Majorana hortensis Mnch.), ružmarin (Rosmarinus officinalis L.), čubar (Satureja hortensis L.), vrste Thymus, sunčanica (Helianthus annuus L.), neven (Calendula officinalis L.), bratić (Chrysanthemum Parthenium [L.] Pers.), božja plahtica (Chrysanthemum Balsamita L.), katarinčica (Chrysanthemum indicum L.), boćka (Georgina variabilis Willd.), pelin (Artemisia Absinthium L.) i božja metica (Artemisia Abrotanum L.).

m. Ruderalne biljke i poljski korovi.

Ruderalna flora naše okoline pokazuje u glavnom analogije s onom susjednih zemalja naše monarhije. Svagdje na pustu tlu,

Digitized by Google

na okrajcima putova, u blizini ljudskih naselja, zatim među usjevima, kao i na ugarnicama nalazi se u bujnoj smjesi ruderalnoga bilja samo vrlo malo takovoga, kojega ne bismo našli i u susjednim zemljama na jednakim mjestima.

Gotovo svagdje na pustu tlu i na ugarnicama nalazimo mnogobrojno zastupanu abdovinu (Sambucus Ebulus L.), koju je kadšto veličinom nadmašila bujad (Pteridium aquilinum [L.] Kuhn.).

Velik je broj i drugih osobito trajnih zeleni, koje su ugarnice i druga pusta mjesta nastanile.

Divizme, kao Verbascum phlomoides L., V. pulverulentum Vill., V. thapsiforme Schrad., V. Thapsus L., moći je posvuda na takvim mjestima vidjeti. Među njima nije rijedak: Carduus acanthoides L., Cirsium arvense Scop., Onopordon Acanthium L., Arctium Lappa L., Arctium tomentosum Mill., Echium vulgare L., Dipsacus fullonum L., Dipsacus laciniatus L., Xanthium strumarium L., Datura Stramonium L., od vrsta Chenopodium osobito Chenopodium Vulvaria L. i C. bonus Henricus L., pa Atriplex patulum L. i još neke druge biljke.

Kao mediteranski tip među ruderalnim biljem naše okoline ističe se Scrophularia canina L., koju sam našao u Trnju, a dolazi i kod Podsuseda i Sv. Šimuna.

Dok se sjeveroamerikanska biljka Oenothera biennis L. nešto rjeđe vidi, to je Erigeron Canadensis L. kao i njegov rođak Erigeron annuus (L.) Pers. posvuda raširen.

Korovi, koji usjeve prate i koje u popisu sastojine ove formacije ističem, većinom su identični s onima ostale srednje Evrope.

Zanimljivo je, da neki korovi dolaze samo na mjestima, gdje se progone. Kao najznačajnije od takvih raslina neka budu spomenute samo ove: Papaver Rhoeas L., Agrostemma Githago L. i Centaurea Cyanus L. One ne dolaze inače nigdje nego na žitorodnim poljima.

Poradi slaboga obrađivanja tla nije čudo naći među usjevima i bilje livada, od kojega je najčešće naći ove biljke: Silene venosa (Gilib.) Aschers., Chrysanthemum Leucanthemum L. i Crepis biennis L.

Nazočnost mnogobrojnih trajnih zeleni čini i to, da se ugarnice brzo u livadi slične formacije promijene.

Digitized by Google

Sastojina ruderalne flore i poljskih korova.

Equisetum arvense L.
Pteridium aquilinum (L.) Kuhn.

Agrostis tenuis Sibth.
Cynosurus cristatus L.
Melica ciliata L.
Anthoxanthum odoratum L.
Dactylis glomerata L.
Poa annua L.
„ compressa L.
„ palustris L.
Bromus sterilis L.
„ hordeaceus L.
„ commutatus Schrad.
„ arvensis L.
„ secalinus L.
Setaria glauca (L.) R. et Sch.
„ viridis (L.) R. et Sch.
„ verticillata (L.) R. et Sch.
Digitaria sanguinalis (L.) Scop.
Echinochloá crus galli (L.) R. et Sch.
Cynodon Dactylon (L.) Pers.
Agropyrum repens (L.) Beauv.
Avena fatua L.
Apera Spica Venti (L.) Beauv.
Lolium temulentum L.
Hordeum murinum L.
Eragrostis pilosa (L.) Beauv.
„ minor Host.
Allium oleraceum L.
Urtica urens L.
„ dioica L.
Parietaria officinalis L.
Rumex Acetosella L.
„ pulcher L.
„ conglomeratus Murr.
Polygonum aviculare L.
„ Convolvulus L.

Digitized by Google

Chenopodium bonus Henricus L.
„ ambrosioides L.
„ rubrum L.
„ Vulvaria L.
Atriplex patulum L.
Amarantus retroflexus L.
Portulaca oleracea L.
Tunica saxifraga (L.) Scop.
Sagina apetala Ard.
„ procumbens L.
Cerastium caespitosum Gilib.
„ viscosum L.
„ semidecandrum L.
„ pumilum Curtis.
Saponaria officinalis L.
Holosteum umbellatum L.
Silene venosa (Gilib.) Aschers.
„ conica L.
Arenaria serpyllifolia L.
Stellaria media (L.) Vill.
Vaccaria segetalis (Neck.) Garcke
„ grandiflora (Fisch.) Jaub. et Spach.
Agrostemma Githago L.
Melandryum album (Mill.) Garcke
„ noctiflorum (L.) Fr.
Scleranthus annuus L.
Ranunculus repens L.
„ bulbosus L.
„ arvensis L.
„ Sardous Cr.
Nigella arvensis L.
Papaver Rhoeas L.
Chelidonium majus L.
Sinapis arvensis L.
Brassica Napus L.
„ nigra (L.) Koch
Thlaspi alliaceum L.
„ perfoliatum L.
Sisymbrium officinale Scop.

Digitized by Google

Calepina Corvini (All.) Desv.
Diplotaxis muralis (L.) DC.
Draba verna L.
Erysimum repandum L.
Isatis tinctoria L.
Stenophragma Thalianum (L.) Čelak.
Soria Syriaca (L.) Desv.
Lepidium campestre (L.) R. Br.
„ Draba L.
„ ruderale L.
Bursa pastoris Wigg.
Raphanus sativus L.
Rapistrum perenne (L.) All.
Reseda lutea L.
„ luteola L.
Oxalis stricta L.
Geranium dissectum L.
„ rotundifolium L.
„ pusillum L.
„ columbinum L.
Erodium cicutarium (L.) L'Hér.
Aristolochia Clematitis L.
Mercurialis annua L.
Euphorbia helioscopia L.
„ virgata W. K.
„ exigua L.
„ Cyparissias L.
Malva silvestris L.
Hibiscus Trionum L.
Hypericum perforatum L.
„ humifusum L.
„ Veronense Schrk.
Oenothera biennis L.
Daucus Carota L.
Anthriscus trichospermus Schult.
Conium maculatum L.
Petroselinum vulgare (Lam.) Fritsch
Chaerophyllum temulum L.
Tordylium maximum L.
Orlaya grandiflora (L.) Hoffm.

Digitized by Google

Torilis arvensis (Huds.) Lk.
Aethusa Cynapium L.
Filipendula hexapetala Gilib.
Sanguisorba minor Scop.
Agrimonia Eupatoria L.
Potentilla argentea L.
„ reptans L.
Rubus caesius L.
Galega officinalis L.
Ononis spinosa L.
Coronilla varia L.
Melilotus Petitpierreanus (Hayne) Willd.
Vicia hirsuta (L.) Gray
„ tetrasperma (L.) Mnch.
„ villosa Roth.
„ tenuifolia Roth.
„ Cassubica L.
„ Cracca L.
„ Pannonica Cr.
„ peregrina L.
„ lutea L.
„ angustifolia Reichard
„ sativa L.
Trifolium arvense L.
„ pratense L.
„ repens L.
Medicago falcata L.
„ lupulina L.
„ sativa L.
„ media Pers.
Lathyrus Aphaca L.
„ tuberosus L.
Anagallis arvensis L.
Androsace maxima L.
Ajuga Chamaepitys (L.) Schreb.
Salvia verticillata L.
Stachys palustris L.
„ annua L.
„ Germanica L.
Nepeta Cataria L.

Digitized by Google

Brunella vulgaris L.
„ laciniata L.
Satureja Acinos (L.) Scheele
Origanum vulgare L.
Galeopsis dubia Leers.
„ Ladanum L
Lamium purpureum L.
„ maculatum L.
Leonurus Cardiaca L.
Ballota nigra L.
Teucrium Chamaedrys L.
Verbena officinalis L
Lithospermum officinale L.
„ arvense L.
Lycopsis arvensis L.
Cerinthe minor L.
Heliotropium Europaeum L
Asperugo procumbens L.
Lappula echinata Gilib.
Echium vulgare L.
Myosotis micrantha Pall.
„ lutea (Cavan.) Pers.
„ hispida Schldl.
„ arvensis (L) Hill.
Anchusa officinalis L.
„ Italica Retz.
Nonnea pulla (L.) DC.
Cynoglossum officinale L.
Convolvulus arvensis L.
Cuscuta Europaea L.
„ Epilinum Weihe
Datura Stramonium L.
Hyoscyamus niger L.
Solanum nigrum L.
„ humile Bernh.
Physalis Alkekengi L.
Linaria vulgaris Mill.
Kickxia spuria (L.) Dum.
Alectorolophus hirsutus (Lam.) All.
Antirrhinum majus L.

Digitized by Google

Cymbalaria hederacea (Lam.) Gray.
Chaenorrhinum minus (L.) Lge.
Scrophularia canina L.
Odontites serotina (Lam.) Rchb.
„ verna (Bell.) Dum.
Veronica Tournefortii Gmel.
„ acinifolia L.
„ hederifolia L.
„ verna L.
„ arvensis L.
„ serpyllifolia L.
Verbascum Blattaria L.
„ phlomoides L.
„ Thapsus L.
„ thapsiforme Schrad.
„ pulverulentum Vill.
Melampyrum arvense L.
„ barbatum W. K.
Orobanche ramosa L.
„ gracilis Sm.
Plantago major L.
„ media L.
„ lanceolata L.
Galium Mollugo L
„ verum L.
„ Aparine L.
„ tricorne With.
Sherardia arvensis L.
Sambucus Ebulus L.
Valerianella olitoria (L.) Poll.
Legousia Speculum-Veneris (L.) Fisch.
Dipsacus fullonum L.
„ laciniatus L.
Knautia arvensis (L.) Coult.
Achillea Millefolium L.
„ nobilis L.
Chrysanthemum Leucanthemum L.
Artemisia Absinthium L.
„ vulgaris L.
Centaurea Scabiosa L.

Digitized by Google

Centaurea Cyanus L.
Cirsium arvense Scop
Inula Helenium L.
Pulicaria dysenterica (L.) Gärtn.
Cichorium Intybus L.
Picris hieracioides L.
Crepis biennis L.
„ setosa Hall.
„ rhoeadifolia M. B.
Sonchus arvensis L.
„ asper (L.) Hill.
„ oleraceus Hill.
Matricaria Chamomilla L.
„ inodora L.
Erigeron annuus (L.) Pers
„ acer L.
„ Canadensis L.
Anthemis Cotula L.
Senecio vulgaris L.
Galinsoga parviflora Cav.
Chondrilla juncea L.
Lactuca Serriola L.
Lapsana communis L.
Bidens tripartita L.
Xanthium strumarium L.
Carduus acanthoides L.
Onopordon Acanthium L.
Arctium Lappa L.
„ tomentosum Mill.

Digitized by Google

Literatura.

Beck, G. v., Die Vegetationsverhältnisse der illyrischen Länder. Leipzig, 1901. (Izašlo kao IV svezak djela: „Die Vegetation der Erde", što ga izdaju A. Engler i O Drude).

Beck, G. v., Ueber die Bedeutung der Karstflora in der Entwicklung der Flora der Ostalpen. (Résultats scientifiques du Congrès international de Botanique, Vienne 1905.)

Bedö, A., Die wirtschaftliche und commerzielle Beschreibung der Wälder des ungar. Staates. 2. Aufl. I—II. (1896)

Beissner, Handbuch der Nadelholzkunde. Berlin, 1891.

De Candolle, Alph., Géographie botanique raisonnée. 1855.

De Candolle, Alph., Prodromus systematis etc. Paris, 1824.—1874.

Christ, H., Das Pflanzenleben der Schweiz. Zürich, 1879.

Contejean, Ch., Géographie botanique. 1881.

Costantin, Etudes comparées des tiges aériennes et souterraines des Dicotylédones. (Ann. sc. nat. Bot. 6. sér. XVI., 1883.).

Costantin, Recherches sur la structure de la tige des plantes aquatiques. (Ibidem 6. sér. XIX., 1884.).

Costantin, Recherche sur l'influence qu'excerce le milieu sur la structure des racines. (Ibidem 7. sér. I., 1885.).

Dippel, Handbuch der Laubholzkunde. Berlin, 1889.—1893.

Drude, O., Die Florenreiche der Erde. 1884. (Petermann's Geogr. Mittheil. Ergänzungsheft Nr. 74.).

Drude, O., Die systematische und geographische Anordnung der Phanerogamen. 1887. (Schenk, Handbuch der Botanik).

Drude, O., Atlas der Pflanzenverbreitung. Gotha, 1887.

Drude, O., Pflanzengeographie. (Neumayer, Anleitung zu wissenschaftlichen Beobachtungen auf Reisen. 2. Aufl. Bd. II. 1888.).

Drude, O., Ueber d. Prinzipien in d. Unterscheidung von Vegetationsformationen. (Bot. Jahrb. XI., 1889.).

Drude, O., Handbuch d. Pflanzengeographie. Stuttgart, 1890. (Bibliothek geogr. Handbücher. Herausgegeben von Fr. Ratzel).

Drude, O., Deutschlands Pflanzengeographie. 1. Teil 1896.

Digitized by Google

Engler, Versuch einer Entwicklungsgeschichte der Pflanzenwelt, insbesondere der Florengebiete seit der Tertiärzeit. 1. Bd. 1879., 2. Bd. 1882.

Engler, Grundzüge der Entwicklung der Flora Europas seit der Tertiärzeit. (Résultats scientifiques du Congrès international de Botanique, Vienne 1905.).

Engler u. Prantl, Die natürlichen Pflanzenfamilien. Leipzig.

Ettinger, J., Šumsko grmlje i drveće u Hrvatskoj i Slavoniji. 1890.

Fliche, Un reboisement. (Ann. de la science agronomique I., 1888.).

Fliche et Grandeau, Recherches chimiques sur la bruyère commune. (Ann. de la science agronomique, I., 1888.).

Forenbacher, A., Fužinski kraj u fitogeografskom pogledu. (Nastavni vjesnik. Knj. XIII. 1905.).

Forenbacher, A., Naša fitogeografija od Schlossera i Vukotinovića do danas. („Rad" Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti. Knj. 167. 1906.).

Forenbacher, A., Proljetni izlet u Ponikve. (Glasnik hrv. prirodoslovnoga društva. God. XX.).

Fritsch, Excursionsflora für Oesterreich. Wien, 1897.

Garcke, Illustrierte Flora von Deutschland. Berlin, 1903.

Gremli, Excursionsflora für die Schweiz. 8. A. Aarau, 1896.

Grisebach, Die Vegetation der Erde nach ihrer klimatischen Anordnung. I. II. 2. Aufl. 1884.

Heinz, A., Briofiti zagrebačke okolice. Dio I. Pravi mahovi. Dio II. Jetrenjače. (Glasnik hrv. naravosl. društva 1887., 1888.).

Hempel, G., u. Wilhelm, K., Die Bäume und Sträucher des Waldes. Wien, 1889.—1899.

Hirc, D., Flora okolice bakarske („Rad" Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti. Knj. 69.).

Hirc, D., Vegetacija Gorskoga kotara. („Rad" Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti. Knj. 126.).

Hirc, D., Bjelogorica Gorskoga kotara. (Šumarski list 1896.).

Hirc, D., Erechthites hieraciifolia Rafinesque u hrvatskoj flori. (Glasnik hrv. naravosl. društva. God. X. 1898.).

Hirc, D., Crtice iz zagrebačke flore. (Ibidem).

Hirc, D., Zagrebačka gora. (Hrvatski planinar 1901.).

Digitized by Google

Hirc, D., Revizija hrvatske flore (Revisio florae croaticae). („Rad" Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti. Knj. 155., 158., 159., 161. i 167.).

Hirc, D., Prirodni zemljopis Hrvatske. Knj. prva: Lice naše domovine. Zagreb, 1905.

Janchen, E., Einige durch die internationalen Nomenklaturregeln bedingte Aenderungen in der Benennung mitteleuropäischer Pflanzen. (Sonder-Abdruck aus den Mitteilungen des Naturwissenschaftlichen Vereines an der Universität Wien [V. Jahrg., 1907, Nr. 6 bis 8, S. 83—100, und Nr. 9, S. 105—107]).

Janchen, E., Nachträge und Berichtigungen zu den Namensänderungen mitteleuropäischer Pflanzen. (Sonder-Abdruck aus den Mitteilungen des Naturwissenschaftlichen Vereines an der Universität Wien [V. Jahrg., 1907., Nr. 9.]).

Kerner, v., Das Pflanzenleben der Donauländer. Innsbruck, 1863.

Kerner, v., Das Pflanzenleben. 2. A. Leipzig, 1896.—1898.

Kerner, v., Oesterreich-Ungarns Pflanzenwelt. (Die österr.-ungar. Monarchie in Wort und Bild. Uebersichtsband 1886.).

Kerner-Wettstein, Florenkarte von Oesterreich-Ungarn in Kerner, Pflanzenleben. 1898.

Klinggräff, H., Zur Flora von Croatien. (Linnaea. Zeitschrift für Botanik in ihrem ganzen Umfange oder Beiträge zur Pflanzenkunde. Halle, 1861.—1862.).

Koch, C., Dendrologie. Erlangen, 1869.—1873.

Kotschy, Die Eichen Europas und des Orients. Wien, 1858.—1862

Landolt, Der Wald. Zürich, 1877.

Luerssen, Chr., Handbuch d. syst. Bot. II. Bd. Leipzig, 1882.

Neilreich, Pflanzengeogr. Uebersicht d. Flora von Ungarn und Slavonien. Wien, 1866.

Neilreich, Die Vegetationsverhältnisse von Croatien. (Izdalo zoološko-botaničko društvo u Beču 1868.).

Neilreich, Nachtrag zu den Vegetationsverhältnissen von Croatien (Izdalo zoološko-botaničko društvo u Beču 1869.).

Nyman, Conspectus florae Europ. cum supplem. Oerebro Sueciae, 1878.—1890.

Penck, Die Entwicklung Europas seit der Tertiärzeit. (Résultats scientifiques du Congrès international de Botanique, Vienne 1905.).

Digitized by Google

Pokorny, Oesterreich's Holzpflanzen. Wien. 1864.

Ramann, Forstliche Bodenkunde und Standortslehre. Berlin, 1893.

Rossmässler, Der Wald. Leipzig, 1863.

Schimper, Pflanzengeographie auf physiologischer Grundlage. Jena, 1898.

Schlosser, Pripravna radnja za geografiju bilja u trojednoj kraljevini. („Rad" Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti. Knj. 4.).

Schlosser, O uplivu obradjivanja zemlje i gojenja bilja na fizionomiju predjela i na značaj naroda. („Rad" Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti. Knj. 13.).

Schlosser-Vukotinović, Syllabus florae croaticae. Zagreb, 1857.

Schlosser-Vukotinović, Flora croatica. Zagreb, 1869.

Schlosser-Vukotinović, Bilinar. Flora excursoria. Zagreb, 1876.

Solms-Laubach, Die leitenden Gesichtspunkte einer allgemeinen Pflanzengeographie. Leipzig, 1905.

Šarić, I., Fitogeografski odnosi zagrebačke okoline. (Glasnik hrv. naravosl. društva. God. XIII. 1902.).

Tubeuf, v., Pflanzenkrankheiten durch parasitische Pilze verursacht. Berlin, 1895.

Vallot, I., Recherches physico-chimiques sur la terre végétale. 1883.

Vukotinović, Lj., Hieracia croatica in seriem naturalem disposita. Zagrabiae, 1858.

Vukotinović, Lj., O promjenljivosti bilina i postajanju novih vrstih. („Rad" Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti. Knj. 33.).

Vukotinović, Lj., Opis ružah okoline zagrebačke. Rosae in vicinia Zagrabiensi et quaedam in diversis partibus Croatiae sponte crescentes. („Rad" Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti. Knj. 83. [1887.]).

Waldstein et Kitaibel, Descriptiones et icones plantarum rariorum Hungariae. Viennae, 1802.--1812.

Warming, Lehrbuch d. ökolog. Pflanzengeographie. Zweite Aufl. d. deutschen Ausgabe. Berlin, 1902.

Wiesner, J., Biologie der Pflanzen. 2. Aufl. 1902.

Digitized by Google

Wiesner, J., Untersuchungen über den Einfluss des Lichtes und der strahlenden Wärme auf die Transpiration der Pflanze. (Sitzungsber. der kais. Akad. d. Wiss., Bd. 74. [1876.], I. Abth.).

Wiesner, J., Der Lichtgenuss der Pflanzen. Leipzig 1907.

Wiesner, J., Untersuchungen über den Lichtgenuss der Pflanzen mit Rücksicht auf die Vegetation von Wien, Cairo und Buitenzorg. (Sitzungsber. der Wiener Akad. d. Wiss., Bd. 104. [1895.]).

Wiesner, J., Untersuchung über das photochemische Klima von Wien, Cairo und Buitenzorg. (Denkschriften der Wiener Akad. d. Wiss. [1896.]).

Wiesner, J., Beiträge zur Kenntniss des photochemischen Klimas im arktischen Gebiete. (Ibidem [1898.]).

Wiesner, J., Ueber den Lichtgenuss der Pflanzen im arktischen Gebiete. (Sitzungsber. der Wiener Akad. d. Wiss. Bd. 109. [1900.]).

Willkomm, M., Führer in das Reich der Pflanzen Deutschlands, Oesterreichs und der Schweiz. Leipzig, 1882.

Résumé.

Cette dissertation dont le titre en français est: „Les formations végétales des environs de Zagreb“, est un complément d'un traité écrit par M. I. Šarić, intitulé: „Les relations phytogéographiques des environs de Zagreb“.

Comme M. Šarić s'est très peu occupé des formations végétales, l'auteur a cru devoir combler cette lacune en traitant dans sa dissertation des formations végétales des alentours de la capitale de la Croatie.

En traitant des formations végétales des environs de Zagreb l'auteur s'efforce précisément de faire connaître les origines de ces formations, leurs relations au climat et au terrain, enfin leur composition, tenant compte de la vie et de la concurrence des espèces des plantes, qui les composent.

Il y distingue les formations suivantes: 1. Les formations des forêts: a) formation de Picea excelsa Lk. et de Abies alba Mill., b) formation de Fagus silvatica L., c) formation de Quercus ses-

Digitized by Google

siliflora Salisb., d) formation de Quercus Robur L. et e) formation des arbres de rives, de Alnus rotundifolia Mill. et des saules; 2. les formations des buissons: f) les broussailles ou la formation de Corylus Avellana L.; 3. les formations sans arbres, auxquels appartiennent: g) les prés de vallée, h) les prés de marais, i) formation des plantes de marais et k) formation des plantes aquatiques; et enfin 4. le terrain cultivé, auquel appartiennent: l) les champs et les jardins et m) les plantes rudérales et les mauvaises herbes.

Digitized by Google

Korali iz drugomediteranskih slojeva u Srbiji.

Primljeno u sjednici razreda matematičko-prirodoslovnoga Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti dne 3. srpnja 1908.

Napisao član dopisnik P. S. Pavlović.

Iz drugomediteranskih slojeva u Srbiji najbolje su proučeni mekušci i foraminiferi. Od mekušaca objavljeno je mnoštvo vrsta iz 27 lokalnosti, a među foraminiferima nađeno je 148 specija iz 11 mjesta. Gore već stoji stvar sa fosilnim morskim ježevima. Sa oskudice materijala prikazani su samo najkarakterističniji predstavnici njihovi[1]. Najmanje se pomena u stručnoj literaturi nalazi o miocenskim koralima, jer jedva da se na dva-tri mjesta navode neke vrste *Porites* i *Heliastraea*.

Prikupljajući novo gradivo za studiju mediteranske makro- i mikrofaune, uzgred sam izdvojio u Geološkom Zavodu Univerziteta i nešto korala — naročito prilikom sastavljanja zbiraka za Muzej Srpske Zemlje. Zahvaljujući docnije vrednoći i zauzimljivosti gg. Mih. N. Raškovića poreznika i Jov. Ćirića učitelja, materijal je taj i brojno i raznolikošću znatno porastao, tako da sam mogao pristupiti proučavanju njegovu, iz koga se već može dobiti slika miocenske koralske faune u Srbiji.

Za upoređenje srpskih koralskih vrsta zgodno mi je poslužila jedna vrlo mala zbirka korala u Geološkom Zavodu Univerziteta, većinom oblika iz Bečkog basena, i njegova literatura, koju ovdje navodim:

Reuss E. A. Dr., Die fossilen Polyparien des Wiener Beckens. Ein monographischer Versuch. (Naturwissenschaftliche Abhandlungen, herausgegeben von W. Haidinger. Bd. II. p. 1—31). Wien 1848.

[1] О медитеранским ехиноидеима у Србији од П. С. Павловића. Записници српског геолошког друштва, 68. геолошки збор, стр. 6. Београд 1899.

Digitized by Google

I. Haime et Milne Edwards, Histoire naturelle des coralliaires ou polypes proprement dits. Paris 1857—1860.

Reuss E. A. Dr., Die fossilen Korallen des österreichisch-ungarischen Miocäns. (Sonderabdruck aus dem XXXI Bd. der Denkschriften d. mathemat.-naturw. Classe d. k. Akad. der Wissenschaften). Wien 1871.

Zittel A. K., Handbuch der Palaeontologie. I. Bd. I. Abth. München u. Leipzig 1876—1880.

Objavljujući sada rezultate svojih određaba uvjeren sam, da će docniji radnici imajući na raspoloženju i više sredstava i više vremena moći pokazati i više oblika i sa više mjesta u Srbiji.

*

Do sad su nađeni korali u ovim mjestima u Srbiji:

1. Rakovica.

Ono obilje mekušaca, koji su proučeni sa ovoga mjesta, stoji sasvim u suprotnosti prema koralskoj fauni, jer su određene samo ove vrste:

Porites incrustans Defr. sp.
Heliastraea Reussana M. Ed. et H.
„ cf. *conoidea* Reuss.
Plesiastraea Romettensis Seg.
Astraea crenulata Goldf.

Najčešći je koral *Porites incrustans* Defr. sp., i naročito ga mnogo ima u lijevoj obali Bukovičkog Potoka, nedaleko od poznatog mjesta, gdje su molusci najviše skupljani. Heliastree su većinom istrvene, te im je teško s pouzdanošću vrstu odrediti. Prema dobro očuvanim primjercima, mnogo je češća *H. Reussana* M. Ed. et H. Na jednom nešto boljem komadu mogao sam izbrojati 31 septalnu lamelu, te ga s toga uvrstih u Reussovu speciju, na što još upućuje i drukčiji oblik polipske kolonije.

2. Vojilovo.

U istu kategoriju sa Rakovicom po broju vrsta i habitusu koralske faune dolazi Vojilovo. Tu su nađeni ovi oblici:

Porites incrustans Defr. sp.
Heliastraea Reussana M. Ed. et H.
Plesiastraea Desmoulinsi M. Ed. et H.
Astraea crenulata Goldf.

Digitized by Google

Najčešća je posljednja vrsta (7 komada), pa za njom dolazi *P. incrustans* Defr. sp. Ostalih malo ima.

3. Višnjica.

Iz hatara ovoga sela sakupljao sam korale, slično foraminiferima i mekušcima, na dva mjesta: iz plave gline kod Crkvišta i iz lajtovačkog glinovitog krečnjaka u jaruzi blizu Barutljive Vode.

Kod Crkvišta u plavoj glini, koja se karakteriše obiljem raznolikih foraminifera, a od mekušaca naročito mnoštvom raznih vrsta iz roda *Pleurotoma*, nađeni su samo posebni korali, i to *Ceratotrochus multiserialis* Michel. sp.

Iz jaruge kod Barutljive Vode imam četiri primjerka *Heliastraea Reussana* M. Ed. et H.

4. Duboki Potok u hataru sela Trnjana.

Zahvaljujući primjernoj revnosti g. Mih. Raškovića biv. poreznika ova je lokalnost dala i najveći broj koralskih vrsta, koje su osim toga najvećim dijelom i lijepo očuvane. Određeni korali ovako su razvrstani:

Balanophyllia varians Reuss.
Stylophora subreticulata Reuss.
Lithophyllia ampla Reuss.
Heliastraea Defrancei M. Ed. et H.
„ *Reussana* M. Ed. et H.
Plesiastraea cf. *Romettensis* Seg.
Astraea crenulata Goldf.
„ *Fröhlichana* Reuss.
Prionastraea Neugeboreni Reuss.
Syzygophyllia brevis Reuss.

Najčešće su heliastree: *H. Reussana*, pa *H. Defrancei*. Od ostalih ima po 1—3 komada.

5. Duboki Potok (Kolatin) između Koprivnice i Čokonjara.

Po mnogim koralskim fragmentima, kao i po fauni mekušaca, ovo mjesto ima velike sličnosti sa istoimenim u hataru sela Trnjana u krajinskom okrugu. Buduća prikupljanja izvjesno će obogatiti i koralske zbirke. Za sad su nađeni samo:

Stylophora subreticulata Reuss.
Sysygophyllia brevis Reuss.
Porites incrustans Defr. sp.

Digitized by Google

U neobično velikom množtvu nahodi se *Porites incrustans*, među kojima ima i vrlo krupnih komada. Česta je i prva vrsta. Sve korale iz ovoga mjesta poslao je g. Jov. Ćirić učitelj u Koprivnici.

6. Sikole.

Iz hatara ovoga sela u okrugu krajinskom poslao je nešto mekušaca i foraminifera g. Vlad. Mišković, rudarski inžinjer, a među njima bio je i jedan primjerak *Heliastraea Reussana* M. Ed. et H.

7. Veliki Izvor.

U Geološkom Zavodu beogradskog Univerziteta nalaze se 4 komada vrste *Stylophora subreticulata* Reuss, koje je zavodu ustupio g. Mih. R. Živković, profesor.

8. Okolina Zaječara.

Prije nekoliko godina poslao je Geološkom Zavodu Vel. Škole g. Jov. Stanković inžinjer iz doline Timoka u blizini varoši Zaječara jedan krupan komad *Prionastraea Neugeboreni* Reuss. Poznaje se, da ga je voda valjala. Vjerojatno da vodi poreklo ili iz Velikog Izvora ili iz okonih mediteranskih slojeva.

*

Najbolje će se, čini mi se, dobiti slika miocenske koralske faune u Srbiji, ako se uporedi sa istom faunom okonih zemalja. Toga radi po ugledu na Reussa sastavio sam tablicu, u koju sam unio sve vrste nađene u Srbiji, a sa strane dodao i oblike nekolikih lokalnosti austro-ugarske monarhije. Ona izgleda ovako:

Digitized by Google

Redni broj	Ime vrsta	Rakovica	Višnjica (Crkvište)	Višnjica (Baruljiva Voda)	Vojilovo	Vel. Izvor	Okolica Zaječara	Kolatin	Sikole	Duboki Potok (trajanski)	Baden	Gainfahren	Enzesfeld	Forchtenau	Nagy Maros	Kostej	Lapugy
1	*Porites incrustans* Defr. sp.	+	—	—	+	—	—	+	—	—	—	—	+	—	—	—	—
2	*Balanophyllia varians* Reuss	—	—	—	—	—	—	—	—	+	—	—	—	—	—	—	+
3	*Stylophora subreticulata* Reuss	—	—	—	—	+	—	+	—	—	—	—	—	—	—	+	—
4	*Prionastraea Neugeboreni* Reuss	—	—	—	—	—	+	—	—	+	—	—	—	—	—	—	+
5	*Astraea crenulata* Reuss	+	—	—	+	—	—	—	—	+	—	+	—	—	—	—	—
6	„ *Fröhlichana* Reuss	—	—	—	—	—	—	—	—	+	—	—	+	—	—	—	—
7	*Plesiastraea Desmoulinsi* M. Edw.	—	—	—	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+	—	—
8	„ *Romettensis* Seg.	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+	—	—	—
9	*Heliastraea Defrancei* M. Edw.	—	—	—	—	—	—	—	—	+	—	+	—	—			+
10	„ *Reussana* M. Edw.	+	—	+	+	—	—	+	+	+	—	+	+	—	—	—	+
11	„ *conoidea* Reuss	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+	—	—	—	+
12	*Syzygophyllia brevis* Reuss	—	—	—	—	—	—	+	—	+	—	—	—	—	—	—	+
13	*Lithophyllia ampla* Reuss	—	—	—	—	—	—	—	—	+	—	—	—	—	—	—	+
14	*Ceratotrochus multiserialis* Michel	—	+	—	—	—	—	—	—	—	+	—	—	+	—	—	—

Digitized by Google

Iz tablice možemo izvesti ove zaključke:

1. Najvećim brojem i rodova i vrsta karakteriše se Duboki Potok u hataru sela Trnjana u krajinskom okrugu.

2. Fauna ove lokalnosti najviše se podudara sa koralskom faunom iz Erdelja.

3. Poslije trnjanskog Dubokog Potoka dolazi Rakovica, premda bogatstvo njeno valja više držati kao posljedicu češćih izleta i pribiranja nego što se događa i na jednom mjestu u Srbiji. U pogledu korala slaže se najviše sa Vojilovom, a s obzirom opet na strana mjesta izjednačuje se sa Gainfahrenom i Enzesfeldom, kao što biva i s njihovim mekušcima.

4. Badenskim dubinskim tvorevinama odgovaraju slojevi plave gline kod Crkvišta u Višnjici.

Najzad valja mi pomenuti, da se svi zaključci izvedeni na osnovi koralske faune podudaraju i sa zaključcima dobivenim proučavanjem mekušaca i foraminifera.

Digitized by Google

Prostorne krivulje na općenoj plohi 3. reda.

Primljeno u sjednici matematičko-prirodoslovnoga razreda Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti dne 5. srpnja 1908.

NAPISAO ČLAN DOPISNIK DR. JURAJ MAJCEN.

Clebsch, Cremona, Reye i dr. bavili su se preslikavanjem općene plohe 3. reda na ravninu i izveli s pomoću sistemâ krivuljâ u ravnini neke poučke za prostorne krivulje na plohi 3. reda F^3. Do daljih se općenih poučaka za ovakve prostorne krivulje na F^3 može doći, ako se prostorne krivulje na plohi 2. reda preslikaju na plohu F^3. Kako krivulje u prostoru dopuštaju veću varijaciju svojstava negoli ravnične krivulje, moći će se ovim načinom umnožiti i broj svojstava za krivulje na plohi F^3.

Ovakvo preslikavanje plohe F^3 na F^2 i obrnuto, koje je temelj za rečena istraživanja, prikazao sam u jednoj svojoj raspravi[1], gdje se radilo samo o načinu preslikavanja. Ovdje ću pak upotrijebiti način toga preslikavanja za tu svrhu, da prenesem poučke o prostornim krivuljama na plohi 2. reda (koji se u ovoj vrsti transformacije dadu zgodno upotrijebiti) na prostorne krivulje plohe F^3. Osobito ću svratiti pozornost na poučke, koje je za općene krivulje na F^2 našao Chasles[2], a za njim na novo Em. Weyr. Direktno je prostorne krivulje na F^3 istražio R. Sturm[3], no u njegovoj se radnji radi u prvom redu o „rodu“ i o „broju“ vrsta ovih krivulja. U zamršenosti istraživanja bila mi je ova Sturmova radnja dragocjena kontrola za ispravnost zaključaka; obje radnje imadu zato nekoliko dodirnih točaka. U

[1] *Način za preslikavanje općene plohe 3. reda na plohu 2. reda,* Rad knj. 161., str. 62.

[2] *Propriétés générales des courbes gauches tracées sur l' hyperboloïde,* Comptes rendus, T. 53, str. 1077.

[3] *Ueber die Curven auf der allgemeinen Fläche 3. O.,* Mathem. Annalen, sv. 21., str. 457.

Digitized by Google

cijelosti imade ova moja radnja druge temelje i druge ciljeve; mogao bih je možda nazvati nastavkom Sturmove radnje.

Ovdje je isključeno sve, što se tiče ravničnih krivulja 3. reda. Neka sam svojstva, koja za ove krivulje izlaze iz pomenute transformacije, prikazao na drugom mjestu[1]. Naprotiv je ovdje uzeto osobito sve ono u obzir, što se tiče prostornih krivulja 3. reda i 4. reda 1. i 2. vrste. Obazreo sam se dalje na izvođenje nekih osobitih viših krivulja, na preslikavanje pramenâ krivuljâ, pa na generaciju prostornih krivulja, koje postaju iz projektivnih pramena, pri čemu sam se opet služio istraživanjima Chaslesovima[2].

I. Krivulje, koje ne sijeku pravce jedne kvintuple prve vrste.

1. U pomenutoj je radnji (1) bila prikazana transformacija za 27 pravaca plohe F^3 na plohu F^2 ovako:

1.) Dva mimosmjerna pravca a_1 i b_1 plohe F^3 prelaze u dvije krivulje trećega reda k_a^3 i k_b^3 plohe F^2. Njihovih pet sjecišnih točaka obilježit ćemo sa: C_{12}, C_{13}, C_{14}, C_{15}, C_{16}.

2.) Pet pravaca c_{1k}, koji sijeku i a_1 i b_1, prelazi u pet točaka C_{1k} $(k = 2, 3, 4, 5, 6)$.

3.) Pet pravaca a_i $(i = 2, 3, 4, 5, 6)$, koji sijeku b_1, prelazi u pet izvodnica plohe F^2, koje pripadaju istomu sistemu i prolaze točkama C_{ik}. Ove su izvodnice a_i' jednostavne sekante krivulje k_a^3. Isto tako prelazi pet pravaca b_i $(i = 2, \ldots, 6)$ u pet izvodnica b_i' drugoga sistema. Izvodnice idu točkama C_{1k} $(k = i)$, pa su jednostavne sekante krivulje k_b^3.

4.) Deset pravaca c_{rs}, od kojih ne siječe nijedan ni pravac a_1 ni b_1, prelazi u deset krivulja k_{rs} drugoga reda na F^2. Svaka ova krivulja k_{rs} ide onim trima točkama C_{ik}, za koje je $r, s \neq k$.

Sve krivulje, koje su na hiperboloidu F^2, možemo podijeliti u dvije glavne grupe: u one, koje ne sadržavaju nijednu od točaka

[1] *Ueber eine Abbildung der allgemeinen Fläche 3. O. und einige daraus abgeleitete Eigenschaften der rationalen ebenen Kurven 3. und 4. O.*, Sitzungsberichte der kaiserl. Akademie der Wissensch. in Wien, math.-naturw. Klasse, sv. CXVII., odio IIa, 1908., str. 631.

[2] *Génération des courbes gauches de tous les ordres sur l' hyperboloïde, au moyen de deux faisceaux de courbes d' ordre inférieur. Propriétés des faisceaux de courbes;* Comptes rendus T. 53, str. 1203.

Digitized by Google

C_{1k}, i u takove, koje sadržavaju jednu ili više točaka C_{1k}. Krivulje prve grupe obilježit ćemo sa k_0^n, gdje n znači red, a krivulje druge grupe sa k_l^n, gdje l znači broj točaka C_{1k}, kojima prolazi krivulja ove grupe. U ovom ćemo odsjeku promotriti prvu grupu k_0^n.

Iz preslikavanja izlazi, da će dvostruka točka makar koje krivulje k_0^n prijeći u dvostruku točku pripadne krivulje $k_0^{n'}$ na F^3 i obrnuto. Isto će tako šiljak jedne od ovih krivulja prijeći u šiljak transformirane krivulje. Neka krivulja k_0^n na F^2 siječe makar koju krivulju 2. reda k_{rs} u n točaka, među kojima može biti u dvostrukih točaka i v šiljaka. Transformirana će krivulja $k_0^{n'}$ na F^3 imati na pripadnom pravcu c_{rs} n točaka; među njima u dvostrukih točaka i v šiljaka. Jednako stoji broj zajedničkih točaka krivulje k_0^n i makar koje slike od 27 pravaca na F^2 prema broju zajedničkih točaka pripadne krivulje $k_0^{n'}$ i pripadnoga pravca na F^3.

2. Uzmimo na plohi F^3 makar koju krivulju k_0^n, koja izvodnice jednoga sistema siječe u p, a izvodnice drugoga sistema u q točaka, tako da je dakle $p+q=n$. Sistem izvodnica, na kojima ima po p točaka krivulje, neka korespondira sistemu pramenâ u kongruenciji $[a_1, b_1]$, koji imaju svoja središta na pravcu b_1. Izvodnice će dakle sa q sjecišnih točaka korespondirati pramenima, kojima su središta na pravcu a_1.

Krivulje k_0^n transformirat će se u krivulju $k_0^{n'}$ na F^3, tako da će ovu krivulju svaka ravnina, položena pravcem a_1, sjeći u p točaka. U ove se naime točke transformira p točaka svake izvodnice istoga sistema na F^2. Kroz svaku od p zajedničkih točaka krivulje $k_0^{n'}$ i ravnine položene kroz a_1 ide po jedna ravnina kroz b_1, a svaka ovakova ravnina korespondira po jednoj izvodnici na F^2, koja ide sjecišnim točkama krivulje k_0^n i jedne izvodnice p-sistema. Isto će tako makar kojoj ravnini kroz b_1 korespondirati q ravnina kroz a_1. Oko a_1 i b_1 nastaju dakle dva svežnja (α_i) i (β_i) ravninâ u korespondenciji (p, q). Svakoj ravnini α_i korespondira p ravnina u svežnju (β_i), a svakoj ravnini β_i opet q ravnina u

Digitized by Google

svežnju (α_i). Ovakova dva svežnja određuju pravčastu plohu $(p+q)$-toga reda, na kojoj će pravac a_1 biti q-struki, a b_1 p-struki pravac[1].

Budući da krivulja k_0^n na F^2 ne sadržava nijednu točku C_{1k}, ne će nijedan par korespondentnih ravnina u svežnjima (α_i) i (β_i) dati presječnicu, koja bi bila identična s kojim od pravaca c_{1k}. Obje će se plohe F^2 i ploha $(p+q)$-toga reda sjeći u krivulji, od koje se odjeljuje pravac a_1 uzet q-struko, a pravac b_1 uzet p-struko. Budući da nijedan od pravaca c_{1k} ne može biti zajednički za obje plohe, ne će one imati uopće nijedan dalji zajednički pravac, pa će zato red ostale njihove zajedničke krivulje biti:

$$3(p+q)-p-q=2(p+q)=n'.$$

Ravnina položena pravcem a_1 siječe krivulju $k_0^{n'}$ u p točaka. Poradi toga će na a_1 biti

$$n'-p=2(p+q)-p=p+2q$$

točaka krivulje. Ovaj je dakle pravac $(p+2q)$-struka sekanta krivulje $k_0^{n'}$. Istim se načinom može pokazati, da je pravac b_1 $(2p+q)$-struka sekanta iste krivulje.

Ako je dakle na F^2 zadana neka krivulja $k_0^{n'}$, koja ne siječe nijednoga od pet mimosmjernih pravaca c_{1k}, moći će se F^2 preslikati na neku plohu 2. reda F^2, koja F^2 siječe u dvije prostorne krivulje 3. reda[2], i to s pomoću onih dviju transversala a_1 i b_1, koje sijeku svih pet pravaca c_{1k}. Ove će se transversale uzeti kao osi linearne kongruencije $[a_1, b_1]$. Krivulja će se $k_0^{n'}$ preslikati u krivulju k_0^n. Ako se obrnuto ova krivulja prije istumačenim načinom preslika u krivulju $k_0^{n'}$ na F^2, pokazat će se svagda, da je $n=2n$. Ako grupu pravaca c_{1k} na F^2 nazovemo kvintuplom 1. vrste (za razliku od kvintuple druge vrste, koja ima samo jednu transversalu) i ako opazimo, da je n' svagda tâk broj, možemo reći: Prostorna krivulja na plohi F^2, koja ne siječe nijedan pravac kvintuple prve vrste, ima red, koji je svagda tâk broj.

[1] Isp. na pr.: R. Sturma, *Die Lehre von den geometrischen Verwandtschaften*, I., 1908., str. 241.

[2] Isp. moju citiranu radnju u: Sitzungsberichte der k. Akademie in Wien, 1908., §. 1. i 2.

Digitized by Google

Budući da je ukupni broj točaka, u kojima krivulja $k_0^{n'}$ siječe obadvije transversale kvintuple (a_1 i b_1)

$$s = (p+2q)+(q+2p) = 3(p+q),$$

možemo reći:

Ukupni broj s točaka, u kojima neka krivulja na F^3, koja ne siječe nijedan pravac kvintuple prve vrste, zgađa obje transversale kvintuple, svagda je djeliv sa 3. Red je ovakove krivulje $n' = \frac{2}{3}s$.

3. Krivulja $k_0^{n'}$ siječe dalje svaki od pravaca a_i (koji sijeku b_1, a s a_1 nemaju zajedničke točke) u q točaka. Ravnina naime, položena pravcem b_1 i jednim pravcem iz grupe a_i, sadržava i treći pravac plohe, koji pripada kvintupli c_{1k}, i to onaj, za koji je $i=k$. Budući da na ovom pravcu c_{1k} krivulja nema nikakve točke, bit će broj njezinih točaka na a_i:

$$2(p+q)-(2p+q) = q.$$

Iz istih će razloga biti broj krivuljinih točaka na svakom pravcu grupe b_i jednak p.

Kako je za krivulju k_0^n na F^2 broj $n = p+q$, sjeći će ona svaku krivulju 2. reda k_{rs} na F^2 u $p+q$ točaka. Izlazi dakle, da će svaki pravac c_{rs} na F^3 imati s krivuljom $k_0^{n'}$ na F^3 $p+q$ zajedničkih točaka.

Uzet ćemo najprije u obzir sve one kvintuple prve vrste, u kojima se nalazi ili samo pravac a_1 ili samo b_1. Pet pravaca a_i ne daje takovu kvintuplu, jer ona siječe samo jedan pravac iz grupe $b_{i'}$ ($i' \neq i$), a nijedan iz grupe c_{rs}. Isto se tako ne može sastaviti kvintupla prve vrste od pet pravaca grupe b_i.

Takovu kvintuplu daju naprotiv četiri pravca a_i i jedan pravac c_{rs}, gdje je r, $s \neq 1$. Krivulja $k_0^{n'}$ siječe dakle sve pravce ove kvintuple u

$$(p+2q)+3q+(p+q) = 2p+6q$$

točaka.

Četiri pravca b_i daju opet s jednim pravcem c_{rs} (r, $s \neq 1$) kvintuplu prve vrste, a broj će sjecišnih točaka krivulje s pravcima ovakove kvintuple biti:

Digitized by Google

$$(2p+q)+3p+(p+q)=6p+2q.$$

Napokon će kvintupla prve vrste postati od dva pravca a_i i od tri pravca c_{rs} ili od dva pravca b_i i od tri pravca c_{rs}. Za ove će slučaje biti broj sjecišnih točaka krivulje i pravaca u kvintupli:

$$(p+2q)+q+3(p+q)=4p+6q,$$
$$(2p+q)+p+3(p+q)=6p+4q.$$

Uzmimo dalje sve **kvintuple druge vrste** (koje imaju samo jedan transversalni pravac a_1 ili b_1), imat ćemo ove moguće slučaje:

5 pravaca a_i; 3 pravca a_i, dva pravca c_{rs}; 1 pravac a_i, 4 pravca c_{rs};
5 „ b_i; 3 „ b_i, „ „ c_{rs}; 1 „ b_i, 4 „ c_{rs},

gdje je svagda za c_{rs}: r, $s \neq 1$.

Broj sjecišnih točaka za pojedine ove kvintuple i krivulju $k_0^{n'}$, umanjen za broj sjecišta na pravcu a_1 ili b_1, bit će:

$$4q;\quad 2q+2(p+q)=2p+4q;\quad 4(p+q)$$
$$4p;\quad 2p+2(p+q)=4p+2q;\quad 4(p+q).$$

Za krivulje $k_0^{n'}$ vrijede dakle ovi poučci:

Ako se svaka od dvije transversale (a_1, b_1) one kvintuple na F^2, koju krivulja $k_0^{n'}$ ne siječe ni u jednoj točki, sastavi u sve moguće kvintuple prve vrste, onda će broj sjecišnih točaka krivulje s pravcima kvintuple biti tâk broj.

Ako se svaka od dvije transversale (a_1, b_1) one kvintuple na F^2, koju krivulja $k_0^{n'}$ ne siječe ni u jednoj točki, sastavi u sve moguće kvintuple druge vrste, bit će broj sjecišnih točaka krivulje s ostala četiri pravca kvintuple tâk broj.

Stvorimo li kvintuple, u kojima su **obadva** pravca a_1 i b_1, dobit ćemo svagda **kvintuplu druge vrste**. Ostala će naime tri pravca biti pravci iz grupe c_{rs}, koji imadu po tri jednaka kazala; zato će biti moguća samo jedna transversala iz grupe c_{rs} ($r, s = 1$). Broj sjecišnih točaka krivulje $k_0^{n'}$ sa svim pravcima ovakove kvintuple bit će:

Digitized by Google

$$(p+2q)+(2p+q)+3(p+q) = 6(p+q) = 3 \cdot n'.$$

Možemo dakle reći:

Ako se objе transversale (a_1 i b_1) one kvintuple na F^3, koju krivulja $k_0^{n'}$ ne siječe ni u jednoj točki, sastave u sve moguće kvintuple (druge vrste), bit će broj sjecišnih točaka krivulje i pravaca kvintuple tri puta tolik, kolik je red krivulje.

Dodavanjem jednoga pravca za svaku kvintuplu moći će se doći do broja sjecišnih točaka krivulje i sekstuple, koji je u suglasju s Clebsch-evim poučkom[1] djeliv sa 3, ako mu se pridoda red krivulje.

4. Makar koja krivulja k_0^n na F^2, koja ne sadržava nijedne točke C_{1k}, mora sjeći sve ostale tvorevine, koje su slike od ostala 22 pravca plohe F^3 na F^2. Takva krivulja siječe dakle deset izvodnica a_i', b_i', deset krivulja 2. reda k_{rs} i dvije krivulje trećega reda, koje su na F^2 određene točkama C_{1k} $(k = 2, \ldots, 6)$. Ista će se dakle krivulja transformirati na F^3 u krivulju $k_0^{n'}$, koja osim pet pravaca c_{1k} siječe sva ostala 22 pravca plohe.

Uzmimo da krivulja k_0^n siječe neku krivulju 2. reda k_{rs} u $p+q$ točaka. Ove će se točke transformirati na pripadni pravac c_{rs} plohe u $p+q$ točaka. No kako krivulja $k_0^{n'}$ siječe a_1 i b_1 u $p+2q$ ili u $2p+q$ točaka, vidi se, da će broj točaka krivulje na a_1 i b_1 biti veći negoli na ikojem od ostalih 20 pravaca, s kojima još ima sjecišnih točaka, ako za najnižu krivulju na F^2 uzmemo krivulju 2. reda, dakle ako bude $p \geqq 1$, $q \geqq 1$. U izvodima, koji slijede, bit će dakle najjednostavnija krivulja na F^3, koja ne siječe nijedan pravac kvintuple prve vrste, krivulja 4. reda 2. vrste; o krivulji četvrtoga reda prve vrste i o krivulji trećega reda bit će govora kasnije.

Već sada možemo riješiti pitanje: Kolik je maksimalni broj pravaca na plohi F^3, koje ne siječe ni u jednoj točki makar kakova krivulja na F^3? Uzet ćemo makar koju krivulju 2. reda k^2 na F^2 tako, da ide samo jednom točkom C_{1k}. Transformira li se k^2 na F^3, morao bi red krivulje k_1, koja postaje, biti $2(p+q) = 4$. No budući da k^2 sadržava točku C_{1k} $(k = k')$,

[1] *Die Geometrie auf den Flächen dritter Ordnung*, Crelleov Journal sv. 65., str. 364.

Digitized by Google

morat će krivulja k_1 sjeći pravac $c_{1k'}$. Poradi toga će se krivulja k_1 raspasti na pravac $c_{1k'}$ i na krivulju 3. reda k^3. Krivulja k^3 na F^2 ne siječe dakle slike ostalih četiriju pravaca c_{1k} $(k \neq k')$, ni onih dvaju pravaca a_i', b_i' $(i = k')$, koji su izvodnice plohe F^2, što idu točkom $C_{1k'}$. Krivulja k^3 ne siječe dakle slike od šest pravaca. Prema tomu ne će ni pripadna krivulja k^3 sjeći šest pravaca, i to četiri pravca c_{1k} $(k \neq k')$ i dva pravca a_i, b_i $(i = k')$. Kako su kazala ovih pravaca među sobom različna, ne će ovi pravci imati zajedničkih točaka; oni su mimosmjerni, pa pripadaju istoj sekstupli. Krivulja 3. reda na F^2 ne siječe dakle šest pravaca neke sekstuple[1].

Ako krivulju k^3 položimo kroz dvije točke C_{1k}, raspada se transformirana krivulja u dva pravca i krivulju 2. reda na F^2, pa ovaj slučaj već ne uzimamo u obzir. Krivulja trećega reda na F^2, koja ide samo jednom točkom $C_{1k'}$, ne siječe slike C_{1k} $(k \neq k')$. Od obadvije izvodnice $a_{k'}$, $b_{k'}$ plohe F^2, koje idu točkom $C_{1k'}$, ne siječe ona samo jednu, jer s izvodnicom drugoga sistema ima još jednu zajedničku točku (bit će naime $p = 1$, $q = 2$). U svemu dakle krivulja trećega reda na F^2 ne siječe pet slikâ pravaca plohe F^2, a prema tomu ne će krivulja reda $2(p+q)-1 = 5$ sjeći pet pravaca plohe i t. d. Uopće će maksimalni broj pravaca, koji krivulju na F^2 ne sijeku, biti to manji, što je veći broj $p+q$. Možemo dakle reći:

Maksimalni broj pravaca na plohi F^2, koji ne sijeku neku prostornu krivulju plohe, bit će šest.

5. Prikazanom transformacijom prelazi veći dio Chaslesovih[2] poučaka o svojstvima krivuljâ na F^2 u svojstva krivuljâ na F^2. Spomenut ćemo nekoliko znatnijih ovakovih svojstava.

α) Krivulja $2(p+q)$-toga reda na F^2, koja ne siječe neku kvintuplu prve vrste, određena je sa $pq+(p+q)$ točaka.

β) Dvije krivulje redova $n' = 2(p'+q')$ i $n'' = 2(p''+q'')$ na F^2 imadu $S = p'q''+p''q'$ zajedničkih točaka.

Ove će krivulje sjeći pravac a_1 u $2p'+q'$ i u $p'+2q'$ točaka, a b_1 u $2p''+q''$ i u $p''+2q''$ točaka. Označe li se ovi zbrojevi redom sa P', Q', P'', Q'', bit će:

---

[1] Isp. Sturma: *Synthetische Untersuchungen über Flächen 3. Ordnung*, str. 188.

[2] U citiranoj radnji, Comptes rendus, sv. 53., str. 1077.—1081.

Digitized by Google

$$P''Q'' + P'''Q' = 5(p''q' + p'q'') + 4(p'p'' + q'q'') =$$
$$= 4(p' + q')(p'' + q'') + p''q' + p'q'' = n'n'' + S.$$

γ) Ako krivulja k_0^n na F^3 dotiče jednu izvodnicu plohe, onda će se obje konsekutivne točke transformirati na F^3 u dvije konsekutivne točke u istoj ravnini, koja je položena pravcem a_1 ili b_1. Broj tangencijalnih ravnina na krivulju $2(p+q)$-toga reda položenih $(p+2q)$-strukom ili $(2p+q)$-strukom sekantom bit će, ako d znači broj dvostrukih točaka, a r broj šiljaka krivulje:

$$2q(p-1) - 2d - 3r$$
$$2p(q-1) - 2d - 3r.$$

Dirališta ravninâ položenih tangencijalno na krivulju pravcem b_1 i sjecišne točke (p), u kojima krivulju siječe neka ravnina položena pravcem a_1, određuju krivulju reda $2(p+q-1)$, za koju će pravac a_1 biti $(p+2q-2)$-struka, a pravac b_1 $(2p+q-1)$-struka sekanta, ako nova krivulja ne siječe i opet nijedan pravac iste kvintuple, kao i prva krivulja.

6. Neka su A i B dvije točke plohe F^3. Ovim dvjema točkama i sekantama $p+2q$, $2p+q$ može se položiti na krivulju $k_0^{n'}$

$$2pq - 2d - 3r$$

hiperboloidâ, koji krivulju dotiču još u jednoj točki.

α) Ako krivulja ima t-struku točku, bit će broj hiperboloidâ umanjen za $t(t-1)$.

β) Ako je samo jedna od točaka A, B na krivulji, a druga makar gdje na F^3, moći će se točkama A, B i sekantama a_1, b_1 položiti

$$2(pq - d - 1) - 3r$$

hiperboloidâ, koji krivulju dotiču još u jednoj točki. Ako je pak i druga točka na krivulji, bit će posljednji broj takovih hiperboloida umanjen za dvije jedinice. Ako je A ili B t-struka točka, umanjit će se broj hiperboloida za $t(t+1)$ jedinica.

Krivuljom četvrtoga reda druge vrste može se svagda položiti ∞^4 plohâ 3. reda, na kojima će dva pravca biti trostruke sekante krivulje. Za ovakovu je krivulju $p=q=1$, a $2p+q=2q+p=3$. Kako ova krivulja nema singularne točke, imademo ovaj poučak:

Digitized by Google

Dvjema trostrukim sekantama općene prostorne krivulje 4. reda 2. vrste i makar kojim dvjema točkama u prostoru mogu se položiti dva hiperboloida, koji krivulju još u jednoj točki dotiču.

Krivulja četvrtoga reda vrijedi za 13, svaka sekanta za još jedan, a točke A i B svaka za jedan linearan uvjet, dakle sve ove tvorevine zajedno za 17 linearnih uvjeta. Ovim se tvorevinama prema tomu može položiti ∞^2 plohâ 3. reda, na kojima pet pravaca, koji sijeku trostruke sekante, ne će sjeći krivulje. Ona su dakle dva hiperboloida u resultatu svagda moguća.

γ) Položi li se na krivulju $k_0^{n'}$ sekantama $p+2q$, $2p+q$, hiperboloid, koji krivulju u jednoj točki oskulira, pa se na presječnoj krivulji ovoga hiperboloida i plohe F^3 izaberu makar koje dvije točke A i B, moći će se onim dvjema sekantama i točkama A, B položiti

$$2(pq - d - 1) - 3r$$

hiperboloidâ, koji krivulju u jednoj točki jednostavno dotiču.

Ako je jedna od točaka A, B u oskulacionom diralištu, bit će ovaj broj hiperboloidâ umanjen za jednu jedinicu.

Polože li se pak sekantama $p+2q$, $2p+q$ dva oskulaciona hiperboloida na $k_0^{n'}$, koji plohu F^3 sijeku u dvije krivulje 4. reda druge vrste, imat će obje ove krivulje dvije zajedničke sjecišne točke A i B na F^3, jer je $p'q''+p''q'$ u ovom slučaju 2. Sekantama a_1, b_1 i ovim točkama A, B mogu se na krivulju položiti

$$2(pq - d - 2) - 3r$$

hiperboloida.

δ) Sekantama $p+2q$, $2p+q$ mogu se na neku krivulju $k_0^{n'}$ plohe položiti

$$2(pq - d - 2) - 3r$$

hiperboloida, koji krivulju dotiču u nekoj zadanoj točki $A \equiv B$ i još u nekoj drugoj njezinoj točki.

Ima li hiperboloid, koji sadržava a_1 i b_1, a krivulju $k_0^{n'}$ u točki $A \equiv B$ oskulira, u ovoj točki hiperoskulaciju prvoga stepena s krivuljom, bit će broj hiperboloidâ kroz a_1 i b_1, koji krivulju dotiču u $A \equiv B$ i u još nekoj drugoj njezinoj točki:

$$2pq - 2d - 3r - 5.$$

Digitized by Google

7. Sekantama $p+2q$, $2p+q$ položeni hiperboloidi, koji krivulju dotiču, određuju prema predašnjemu (čl. 6.) $D = 2pq - 2d - 3r$ ovakovih dirališta. Ovih D točaka određuje pramen krivuljâ $2(p+q)$-toga reda na F^3, gdje su p i q iste veličine kao i kod krivulje $k_0^{n'}$. Zadana je krivulja jedan elemenat u pramenu.

α) Sve krivulje $2(p+q)$-toga reda u pramenu dotiču se među sobom u svakoj dvostrukoj točki krivulje $k_0^{n'}$, a ovu krivulju dotiču sve one u svakom njezinom šiljku. U t-strukoj točki zadane krivulje imadu sve krivulje pramena $(t-1)$-struku točku, pa se grane u ovoj točki među sobom dotiču.

β) Ako hiperboloid H, položen kroz a_1 i b_1, krivulju $k_0^{n'}$ oskulira u jednoj točki, pa se na krivulji 4. reda (H, F^3) uzmu dvije točke A i B i njima polože dodirni hiperboloidi, koji sadržavaju pravce a_1 i b_1, doticat će sve krivulje pramena, što je određen diralištima, zadanu krivulju u oskulacionoj točki.

γ) Ako H' ima u nekoj točki X s krivuljom $k_0^{n'}$ hiperoskulaciju prvoga reda, pa se opet polože dodirni hiperboloidi H dvjema točkama A i B na presjeku (H', F^3), bit će diralištima određen pramen krivuljâ, koje zadanu krivulju oskuliraju u točki X.

δ) Polože li se na $k_0^{n'}$ dodirni hiperboloidi kroz a_1, b_1, jednom točkom A krivulje i makar kojom točkom B na F^3, doticat će svaka krivulja pramena, koji je određen diralištima, zadanu krivulju u točki A. Ako je i točka B na krivulji $k_0^{n'}$, doticat će krivulje pramena zadanu krivulju i u točki B.

ε) Hiperboloid H, koji sadržava sekante $p+2q$, $2p+q$ i oskulira krivulju $k_0^{n'}$ u jednoj točki, siječe plohu F^3 u krivulji (H, F^3). Oskulacionim diralištem, makar kojom točkom na (H, F^3) i onim dvjema sekantama položeni dodirni hiperboloidi na $k_0^{n'}$ određuju svojim diralištima pramen krivuljâ, koje sve oskuliraju zadanu krivulju.

Uzme li se jedna točka A u jednom sjecištu krivuljâ $k_0^{n'}$ i (H, F^3), a druga (B) makar gdje na ovoj drugoj krivulji, doticat će krivulje pramena zadanu krivulju u točkama A i B.

Ako hiperboloid H oskulira u točki A, pa se polože dodirni hiperboloidi sekantama a_1, b_1, točkom A i jednim sjecištem B krivuljâ $k_0^{n'}$ i (H, F^3), doticat će krivulje pramena zadanu krivulju u točki B, a oskulirati u točki A.

Digitized by Google

ζ) Položi li se kroz a_1 i b_1 hiperboloid H_1, koji krivulju $k_0^{n'}$ dotiče u točki C, pa se ovom točkom i sekantama polože svi dodirni hiperboloidi, bit će dirališta njihova temeljne točke pramena, u kojem sve krivulje imaju sa zadanom krivuljom **hiperoskulaciju** u točki C.

Položi li se pak hiperboloid H_1, koji u nekoj točki C krivulju $k_0^{n'}$ oskulira, imat će sve krivulje nastaloga pramena s krivuljom $k_0^{n'}$ u točki C **hiperoskulaciju drugoga reda**.

Ima li krivulja $k_0^{n'}$ u nekoj točki X t-struku točku, pa se kroz a_1, b_1, X i kroz makar koju točku plohe F^3 polože na krivulju dodirni hiperboloidi, imat će sve krivulje u pramenu, koji postaje, t-struku točku u X, a pojedine će grane njihove doticati grane zadane krivulje.

η) Uzet ćemo makar koju krivulju $k_0^{n'}$ na F^3; neka bude P makar koja točka na krivulji. Sekantama $p+2q$, $2p+q$ i točkom P može se položiti

$$6pq-3(p+q+1)-6d-8r$$

hiperboloidâ, koji krivulju u nekoj drugoj točki **oskuliraju**.

Ako je P neka t-struka točka krivulje, bit će broj oskulacionih hiperboloida umanjen za $3t^2$ jedinica.

8. **Chasles** je našao[1], da će broj pravaca u makar kojoj ravnini, kojima se mogu na krivulju hiperboloida položiti po dvije oskulacione ravnine, biti:

$$2pq\left[9pq-9(p+q)-11\right]+\frac{9}{2}(p+q)(p+q+3).$$

U našoj će transformaciji ovaj broj značiti množinu **parova točaka** na makar kojoj krivulji četvrtoga reda druge vrste s trostrukim sekantama a_1 i b_1, tako da se svakim onim parom točaka mogu položiti **dva** hiperboloida, (dvije nove krivulje četvrtoga reda druge vrste), koji zadanu krivulju $k_0^{n'}$ još u jednoj točki oskuliraju. Vidi se, da za $p=q=1$ t. j. za krivulju četvrtoga reda druge vrste nema takovih hiperboloida, koji bi bili različni od onoga jedinoga, koji prolazi krivuljom, ako to i ne izlazi direktno iz posljednje formule.

[1] Comptes rendus 53., str. 1084.

Digitized by Google

Po Chaslesu je dalje broj stacionarnih ravnina krivulje na F^3

$$12\,pq - 8\,(p+q).$$

Za krivulju $k_0^{n'}$ na plohi F^3 znači ova veličina broj krivulja četvrtoga reda druge vrste (ili hiperboloidâ), koje zadanu krivulju dotiču u četiri konsekutivne točke, a imadu a_1 i b_1 za trostruke sekante (za izvodnice).

Drugo je pitanje što se tiče broja stacionarnih ravnina za neku krivulju na plohi F^3. S tim ćemo se pitanjem pozabaviti kasnije (čl. 12.).

II. Krivulje, koje sijeku svaku kvintuplu prve vrste.

9. Konfiguracija pravaca a_1, b_1, c_{12}, a_2, b_2 na plohi F^3 preslikava se na F^2 u obje krivulje 3. reda k_a^3, k_b^3, u točku C_{12} i u obje izvodnice a_2', b_2'. Krivulje k_a^3 i k_b^3 pa oba pravca a_2', b_2' sadržavaju točku C_{12}. Pojedine sjecišne točke pomenute konfiguracije na F^2 obilježit ćemo ovako: $(c_{12}a_1) \equiv C'$, $(c_{12}b_1) \equiv C''$, $(c_{12}a_2) \equiv A'$, $(c_{12}b_2) \equiv B''$, $(b_2a_1) \equiv B'$, $(b_1a_2) \equiv A''$.

Ako je na F^2 zadana makar koja krivulja, kojoj je red $n = p+q$, a ide točkom C_{12}, morat ćemo istražiti, koliko utječe ova točka C_{12} na transformiranu krivulju na F^3. Budući da su slike točaka A', A'', B', B'', C', C'' sve u točki C_{12} na F^2, mora se obrnuto odrediti, u koju će točku doći neka točka transformirane krivulje, ako zadana krivulja sadržava točku C_{12}. Ako se uzme, da zadana krivulja na F^2 time, što ide točkom C_{12}, siječe krivulju k_a^3 i izvodnicu b_2', morat će ova točka odgovarati u transformaciji sjecištu B'. No tim je ujedno izrečeno, da je a_1 takova sekanta transformirane krivulje, koja je siječe u nekoj grupi točaka, od koje jedna točka dolazi upravo u sjecište $(a_1b_2) \equiv B'$. U ovom slučaju ne će transformirana krivulja sjeći pravac c_{12}, pa će zato pripadati grupi krivuljâ $k_0^{n'}$, koje su bile prikazane u prvom dijelu. To isto vrijedi i za slučaj, gdje držimo, da je točka C_{12} na zadanoj krivulji slika sjecišta A''. Ostaje dakle samo to shvaćanje, da krivulja na F^2 tim, što ide točkom C_{12}, siječe k_a^3 ili k_b^3 ili a_2', b_2' u sjecištu na C_{12}, ili samo pravac c_{12}. Prema tomu bi točka C_{12} bila slika točaka C', C'', A' ili B'', ili napokon slika makar koje točke C na c_{12}. No u svakom od pet posljednjih slu-

Digitized by Google

čajeva siječe transformirana krivulja pravac c_{12}, pa prema tome ne može pripadati već prikazanoj grupi $k_0^{n'}$.

Svaka krivulja na F^2, koja sadržava točku C_{12} jednostavno, bit će na F^3 transformirana u krivulju, koja je presjek plohe F^3 i plohe $(p+q)$-toga reda s jednim $(p+2q)$-strukim i $(2p+q)$-strukim pravcem u a_1 i u b_1. No budući da transformirana krivulja siječe c_{12}, bit će ovaj pravac izvodnica plohe $(p+q)$-toga reda, pa će preostali presjek ove plohe sa F^3 biti krivulja reda $2(p+q)-1$.

Pravac će a_1 sjeći krivulju u $p+2q-1$ točki, jer sjecište C' pripada pravcu c_{12} kao jednomu dijelu degenerirane krivulje. Isto će tako pravac b_1 sjeći krivulju u $2p+q-1$ točki.

10. Krivulja k^n na F^2 može dalje sadržavati ili još koju od točaka C_{1k} ili sve ove točke. Ako je broj ovih točaka C_{1k}, kojima ide krivulja, l (1, 2, 3, 4, 5), vidi se, da će red transformirane krivulje na F^3 biti za toliko jedinica manji, koliko točaka C_{1k} sadržava krivulja na F^2. Krivulje na F^2, koje idu kroz l točaka C_{1k}, obilježit ćemo sa k_l^n, a transformirane krivulje na F^3 sa $k_l^{n'}$. Prema tomu će red krivulje na F^3 biti uopće $n' = 2(p+q)-l$ $(l = 0, 1, 2, 3, 4, 5)$. Pravac će a_1 takovu krivulju sjeći u $p+2q-l$, a pravac b_1 u $2p+q-l$ točaka.

Razjasnit ćemo ovo primjerom za krivulje 3. reda na F^2. Za ovakvu je krivulju potrebno, da bude transformirana od takve krivulje na F^2, koja sadržava 5, 3 ili jednu točku C_{1k}. Budući da mora biti u prvom slučaju $2(p+q)-5 = 3$, bit će $p+q = 4$, što može biti za $p = 1$, $q = 3$, ili $p = q = 2$. Na slučaj se $p = 3$, $q = 1$ ne obaziremo, jer su u njemu samo p i q zamijenjeni. U ukrsnici, koja slijedi, prikazan je broj sjecišnih točaka na pravcima plohe, ako je krivulja 3. reda postala prikazanim načinom. Kazala desno dolje označuju broj pravaca, na kojima je broj sjecišta i s t i. Kako su sve točke C_{1k} jednako znatne za transformaciju, vrijedit će u slučaju $l = 3$ isto za makar koje tri točke C_{1k}. U ukrsnici su za $l = 3$ uzete točke C_{12}, C_{13}, C_{14}, a za $l = 1$ uzeta je točka C_{12}.[1]

[1] Isp. S t u r m a, Math. Annalen sv. 21., str. 493. i dalje.

Digitized by Google

	p	q	l	a_1	b_1	c_{1k}	a_2	b_2	a_i	b_i	c_{rs}
∞	1	3	5	2	0	1_5	2	0	2_4	0_4	1_{10}
$\|\|$	2	2	5	1	1	1_5	1	1	1_4	1_4	1_{10}
∞	1	2	3	2	1	$1_3 0_2$	1	0	$1_2 2_2$	$0_2 1_2$	$0_1 1_6 2_3$
	1	1	1	2	2	$1_1 0_4$	0	0	1_4	1_4	$2_4 1_6$

Ovdje je $k = 2, 3, 4, 5, 6$; $i = 3, 4, 5, 6$; r, s jesu kazala za 10 pravaca c, za koje je $r, s \neq 1$.

Tri su od ove četiri krivulje prostorne krivulje 3 reda; svaka siječe po šest pravaca plohe u dvije točke, šest pravaca ne siječe nikako, a petnaest pravaca siječe u jednoj točki (isp. čl. 4.). Razlika je među ovim krivuljama samo ta, što se pravci plohe različno odnose prema svakoj od njih. Kod druge krivulje vidimo, da ona svaki pravac plohe siječe samo u jednoj točki; prema tomu je ovo ravnična krivulja 3. reda na F^2, koja može imati dvostruku točku ili šiljak, kako već pripadna krivulja na F^2 ima jednu ili drugu ovakvu singularnu točku. Ovim je načinom pokazano preslikavanje prostorne krivulje 4. reda prve vrste (jer je $p = q = 2$) u ravničnu krivulju trećega reda. Poučke, koji se iz ovoga preslikavanja dadu izvesti za ovu krivulju 3. reda, prikazao sam u jednoj radnji, koja je sprijeda citirana, pa se zato na ovo preslikavanje ovdje dalje ne osvrćem. Ovako je za krivulju 4. reda prve vrste učinjeno ono, što je Weyr pokazao[1] za krivulju 4. reda druge vrste. Weyrova istraživanja mogu se međutim veoma lako izvesti i s pomoću našega preslikavanja, jer krivulji 2. reda na F^2 korespondira krivulja četvrtoga reda druge vrste na F^2.

11. Ispitat ćemo još, kakove krivulje četvrtoga reda postaju na plohi F^2 s pomoću transformacije određenih nekih krivulja plohe F^2, ako ove sadržavaju neke točke C_{1k}. Budući da mora biti $2(p+q) - l = 4$, vidi se, da će krivulje četvrtoga reda moći postati samo za $l = 4$, 2. Za $l = 0$ može biti samo $p = q = 1$, no taj smo slučaj promotrili već u prvom dijelu. Ako je $l = 4$, bit će dva tipična slučaja moguća: ili je $p = 1$, $q = 3$, ili pak $p = q = 2$. Ako bismo uzeli $p = 3$, $q = 1$ dobili bismo istu krivulju kao i u

[1] *Ueber die Abbildung der rationalen Raumkurve 4. O. auf einen Kegelschnitt*, Sitzungsberichte der kais. Akademie in Wien, 1871., sv. 63., II. odio i dalje.

Digitized by Google

prvom slučaju, samo što bi ovdje bili izmijenjeni pravci a_1 i b_1. Ako je pak $l = 2$, bit će moguć samo jedan tipičan slučaj, t. j. $p = 1$, $q = 2$. U ukrsnici, koja slijedi, prikazane su sekante ovih triju krivulja na F^3, gdje pojedine brojke i kazala imadu isto značenje kao i u prvoj ukrsnici.

	p	q	l	a_1	b_1	c_{1k}	a_2	b_2	a_i	b_i	c_{rs}
$n' = 4$	1	3	4	3	1	$1_4 0_1$	2	0	$2_3 3_1$	$0_3 1_1$	$2_6 1_4$
	2	2	4	2	2	$1_4 0_1$	1	1	$1_3 2_1$	$1_3 2_1$	$2_6 1_4$
	1	2	2	3	2	$1_2 0_3$	1	0	$1_1 2_3$	$0_1 1_3$	$3_1 2_6 1_3$

Prva i treća od ovih krivulja ima po dvije trostruke sekante; obje su dakle krivulje četvrtoga reda druge vrste. Budući da je za $p = 1$, $q = 2$ krivulja na F^2 trećega reda, vidi se u trećem slučaju, da je moguće krivulju trećega reda, koja je prostorna, preslikati na krivulju četvrtoga reda druge vrste u prostoru. Ovo je preslikavanje posao potpuno samostalnoga i novoga istraživanja, no ni s tim se ne ćemo ovdje baviti.

Druga je krivulja u ukrsnici prostorna krivulja četvrtoga reda prve vrste; postala je transformacijom isto takve krivulje na F^2 ($p = q = 2$). Da ona druga krivulja pripada u istini prvoj vrsti, vidi se odatle, što ona nijedan pravac plohe F^3 ne siječe u tri točke, a to bi u slučaju, da ona pripada drugoj vrsti, svakako moralo biti, jer ovakova krivulja 2. vrste postaje kao djelomični presjek plohe 3. i plohe 2. reda, koje imadu dva zajednička mimosmjerna pravca. Ovi su pak pravci trostruke sekante za nastalu krivulju. Ako krivulja na F^2 ima dvostruku točku, imat će takovu točku i transformirana krivulja na F^3.

12. Krivulja na F^2, za koju je $p = 1$, $q = 3$, $l = 4$, transformirat će se opet u krivulju četvrtoga reda druge vrste. No budući da se ovakove dvije krivulje mogu preslikati jedna na drugu, mora dvoomjer za dirališta četiriju stacionarnih ravnina za jednu od njih biti jednak dvoomjeru diralištâ stacionarnih ravnina druge krivulje[1]. Iz našega preslikavanja izlazi direktno, kako će se za neku krivulju 4. reda druge vrste (na F^3) naći krivulja istoga reda i vrste, na koju se može prva krivulja točkovno preslikati. Trebat će samo položiti plohu F^2, koja F^3 siječe u dvije krivulje

[1] Isp. Rohna: *Die Raumkurve 4. O. zweiter Species*, Sitzungsberichte der kgl. sächs. Gesellschaft der Wissenschaften, 1891. (2. dio).

Digitized by Google

trećega reda k_a^3 i k_b^3, pa na njoj odrediti traženu krivulju, koja ide kroz četiri točke C_{1k}. Za pravac a_1 uzet će se trostruka, a za pravac b_1 jednostavna sekanta zadane krivulje.

Budući da prvoj krivulji plohe F^2, koja je prikazana u posljednjoj ukrsnici, odgovara na F^2 krivulja četvrtoga reda druge vrste, moći će se za ovu položiti četiri moguće stacionarne ravnine, od kojih svaka siječe F^2 u krivulji 3. reda. No kako se svaka ovakva krivulja 3. reda preslikava na F^2 u krivulju četvrtoga reda prve vrste, koja sadržava svih pet točaka C_{1k}, možemo reći:

Kroz četiri točke neke prostorne krivulje četvrtoga reda druge vrste, koja je zadana na hiperboloidu F^2, i nekom petom točkom plohe mogu se položiti najviše četiri krivulje četvrtoga reda 1. vrste, od kojih ima svaka sa zadanom krivuljom hiperoskulaciju prvoga reda.

Isto tako izlazi za treću krivulju gornje ukrsnice ovo:

Kroz dvije točke na prostornoj krivulji trećega reda, koja je zadana na hiperboloidu F^2, i kroz dalje tri točke na plohi mogu se položiti najviše četiri krivulje četvrtoga reda prve vrste, koje zadanu krivulju dotiču po u četiri konsekutivne točke.

Prva krivulja ukrsnice u čl. 10. postala je iz krivulje četvrtoga reda druge vrste na F^2, zato možemo reći:

Nekom dvostrukom sekantom (a_1) prostorne krivulje trećega reda na plohi F^2 i nekim pravcem plohe, koji krivulju ne siječe (b_1), mogu se položiti najviše četiri hiperboloida, od kojih svaki dotiče krivulju u četiri konsekutivne točke i t. d.

13. Chaslesovi poučci, koji su za krivulje k_0^n hiperboloida F^2 bili preneseni na prostorne krivulje plohe F^2 (čl. 5. i dalje), mogu se opet upotrijebiti za određenje nekih svojstava krivuljâ $k_l^{n'}$ na F^2.

Krivulja na F^2, koja je određena sa $pq+(p+q)$ točaka, može sadržavati l (= 1, 2, 3, 4, 5) točaka C_{1k}. Ako ona mora ići na pr. kroz dvije točke C_{1k}, bit će slobodno izabrati još $pq+(p+q)-2$ slobodne točke za njezino određenje. Odatle izlazi, da svaka sjecišna točka krivulje $k_l^{n'}$ s pravcima kvintuple prve vrste na F^2 vrijedi za jednostavan odredben uvjet, tako da je ostali broj jednostavnih određenja $pq+(p+q)-l$. Uzato su a_1 i b_1 sekante. na kojima je broj sjecišnih točaka već prije bio određen.

Digitized by Google

Ako dvije krivulje, koje imadu redove $p'+q'$ i $p''+q''$, sadržavaju l istih točaka C_{1k}, bit će broj njihovih ostalih sjecišta $p'q''+p''q'-l$. No sjecišne točke C_{1k} ne transformiraju se opet u sjecišne točke krivuljâ na F^3. Zajednička točka C_{1k} na F^3 znači samo to, da obje krivulje sijeku (jednostavno) pripadni pravac c_{1k} plohe F^3. Ako dakle obje krivulje na F^3 sijeku l pravaca c_{1k}, bit će $p'q''+p''q'-l$ ostali broj njihovih sjecišnih točaka na F^3.

Brojevi izvodnicâ na F^3, koje neka krivulja dotiče (čl. 5. γ), ostaju posve isti, ako krivulja prolazi kroz makar kojih l točaka C_{1k} (ako nopće ne dotiče koju izvodnicu upravo u kojoj točki C_{1k}). U ukrsnici čl. 10. bit će za $p=1$, $q=3$, gdje je ujedno $d=r=0$, broj tangencijalnih ravnina za krivulju 3. reda kroz pravac b_1 prema čl. 5. ovaj: $2p(q-1)=4$, što se potvrđuje tim, da je pomenuta krivulja 4. stepena, i t. d.

Osobito zanimljivi poučci za krivulje na F^3 izlaze iz čl. 6., ako se obazremo na točke C_{1k}. Budući da se kroz dvije točke A' i B' na F^3 može položiti na neku krivulju ove plohe svagda isti broj tangencijalnih ravnina bez obzira na to, sadržava li krivulja koju točku C_{1k} ili ne sadržava, bit će i broj hiperboloidâ kroz a_1 i b_1 na pripadnu krivulju $k_l^{n'}$ plohe F^3 isti. Možemo dakle reći (ako je broj uvjeta za krivulju, za a_1 i b_1, pa za A' i B' uopće $\leqq 19$):

Kroz dva mimosmjerna pravca plohe F^3, od kojih je prvi $(p+2q-l)$-struka, a drugi $(2p+q-l)$-struka sekanta neke krivulje na F^3, reda $2(p+q)-l$, mogu se položiti $2pq-2d-3r$ hiperboloida, koji krivulju dotiču još u jednoj točki i koji prolaze kroz dvije zadane točke na F^3.

Iz ukrsnica u čl. 10. i 11. izlaze prema tomu ovi poučci:

Kroz pravac plohe F^3, koji je dvostruka sekanta prostorne krivulje 3. reda na istoj plohi, kroz pravac plohe, koji krivulju ne siječe (a s prvom je sekantom mimosmjeran) i kroz dvije točke plohe može se položiti šest hiperboloida, koji krivulju jednostavno dotiču.

Kroz jednu dvostruku i jednu jednostavnu sekantu prostorne krivulje 3. reda na F^3 i kroz dvije točke plohe mogu se položiti četiri hiperboloida, koji krivulju jednostavno dotiču.

Digitized by Google

Kroz dvije mimosmjerne dvostruke sekante prostorne krivulje 3. reda na F^3 i kroz dvije točke plohe mogu se položiti dva hiperboloida, koji krivulju jednostavno dotiču.

Kroz jednu trostruku, kroz jednu jednostavnu sekantu prostorne krivulje 4. reda 2. vrste na F^3 i kroz dvije točke plohe može se položiti šest hiperboloida, koji krivulju jednostavno dotiču.

Kroz dvije dvostruke sekante prostorne krivulje 4. reda 1. vrste na F^3 i kroz dvije točke plohe može se položiti osam hiperboloida, koji krivulju jednostavno dotiču, a šest njih, ako krivulja ima dvostruku točku.

Kroz jednu trostruku i jednu dvostruku sekantu prostorne krivulje 4. reda 2. vrste na F^3 i kroz dvije točke plohe mogu se položiti četiri hiperboloida, koji krivulju jednostavno dotiču.

Ovdje su svuda sekante dotičnih prostornih krivulja ujedno pravci plohe F^3. Ako se dvije točke plohe, kojima prolaze hiperboloidi, uzmu u gornjim resultatima na krivulji kao dvije konsekutivne točke, imat ćemo prema čl. 6. δ ove poučke:

Kroz dvostruku sekantu krivulje 3. reda na F^3 i kroz pravac plohe, koji krivulju ne siječe, mogu se položiti dva hiperboloida, koji krivulju dotiču u zadanoj točki i još u drugoj nekoj točki.

Kroz jednu trostruku i kroz jednu jednostavnu sekantu prostorne krivulje 4. reda druge vrste na F^3 mogu se položiti dva hiperboloida, koji krivulju dotiču u zadanoj točki i još u drugoj nekoj točki.

Kroz dvije dvostruke sekante prostorne krivulje 4. reda 1. vrste na F^3 mogu se položiti četiri hiperboloida, koji krivulju dotiču u zadanoj točki i još u drugoj nekoj točki, a samo dva, ako krivulja ima dvostruku točku.

Ima li hiperboloid, položen dvostrukom sekantom prostorne krivulje 3. reda i pravcem plohe, koji krivulju ne siječe, hiperoskulaciju prvoga reda s krivuljom u nekoj točki A krivulje, moći će se onim dvjema sekantama položiti jedan hiperboloid, koji krivulju dotiče u A i još u drugoj nekoj točki.

Ima li hiperboloid, položen jednom trostrukom i jednom jednostavnom sekantom prostorne krivulje 4. reda druge vrste,

Digitized by Google

hiperoskulaciju prvoga reda s krivuljom u nekoj njezinoj točki A, moći će se onim dvjema sekantama položiti jedan hiperboloid, koji krivulju dotiče u točki A i još u drugoj nekoj točki.

Ima li hiperboloid, položen dvjema dvostrukim sekantama prostorne krivulje 4. reda 1. vrste, hiperoskulaciju 1. reda s krivuljom u nekoj njezinoj točki A, moći će se onim dvjema sekantama položiti tri hiperboloida, koji krivulju dotiču u točki A i još u nekoj drugoj njezinoj točki, a samo jedan hiperboloid, ako krivulja ima dvostruku točku.

Iz čl. 7. η izlaze dalje ovi poučci:

Jednom dvostrukom sekantom prostorne krivulje 3. reda, pravcem na F^2, koji krivulju ne siječe, i makar kojom točkom krivulje mogu se položiti tri hiperboloida, koji krivulju oskuliraju u nekoj drugoj točki.

Jednom trostrukom i jednom jednostavnom sekantom prostorne krivulje 4. reda 2. vrste, mogu se položiti tri hiperboloida, koji prolaze nekom zadanom točkom krivulje i krivulju u drugoj nekoj točki oskuliraju.

Dvjema dvostrukim sekantama prostorne krivulje 4. reda 1. vrste i nekom točkom krivulje može se položiti devet hiperboloida, koji krivulju oskuliraju u drugoj nekoj točki, a tri hiperboloida, ako krivulja ima dvostruku točku.

Dalje izlaze iz Chaslesova poučka u čl. 8. ovi poučci za krivulje 3. i 4. reda:

Jednom dvostrukom sekantom prostorne krivulje 3. reda i pravcem, koji krivulju ne siječe, mogu se položiti četiri hiperboloida, koji s krivuljom imadu po jednu hiperoskulaciju 1. reda.

Jednom trostrukom i jednom jednostavnom sekantom prostorne krivulje 4. reda 2. vrste mogu se položiti četiri hiperboloida, koji s krivuljom imadu po jednu hiperoskulaciju 1. reda.

Dvjema dvostrukim sekantama prostorne krivulje 4. reda 1. vrste može se položiti šestnaest hiperboloida, koji s krivuljom imadu po jednu hiperoskulaciju 1. reda, a samo četiri hiperboloida, ako krivulja ima dvostruku točku.

Digitized by Google

I druga se svojstva krivulja na F^3, koja su sadržana u I. dijelu, mogu preslikavanjem tumačiti za krivulje na F^3, no posebno se ovim pitanjima ne ćemo dalje baviti.

14. Krivulja k_l^n na F^3 može imati u kojoj točki C_{1k} dvostruku točku. Preslika li se takova krivulja na F^3, imat će pripadna krivulja $k_l^{n'}$ dotični pravac c_{1k} za dvostruku sekantu, pa će se zato red ove krivulje $n' = 2(p+q)$ umanjiti za dvije jedinice. Krivulje k_l^n na F^3 i krivulja k_a^1 sjeći će se u $p+2q$ točaka, od kojih su već dvije ujedinjene u točki C_{1k}. Pravac će a_1 na F^3 sjeći krivulju $k_l^{n'}$ u $p+2q-2$ točke. Isto će tako pravac b_1 biti $(2p+q-2)$-struka sekanta krivulje na F^3.

Uopće može neka krivulja k^n na F^3 imati u pojedinim točkama C_{1k} točku, koja je λ_s-struka, gdje $s = 0$ znači, da krivulja ne sadržava točku C_{1k}. Ako sa $\Sigma\lambda_s$ označimo broj, koji je ekvivalentan sa brojem svih jednostavno uzetih točaka, što ih krivulja ima u svih pet točaka C_{1k}, bit će red preslikane krivulje na F^3 jednak $2(p+q)-\Sigma\lambda_s$. Pravac će a_1 takvu krivulju sjeći u $p+2q-\Sigma\lambda_s$ točaka, a pravac b_1 u $2p+q-\Sigma\lambda_s$ točaka.

Želimo li s pomoću dvostrukih točaka u C_{1k} doći do krivuljâ 3. i 4. reda na F^3, koje se odnose prema a_1 i b_1 na osobit način, uzet ćemo krivulju četvrtoga reda 1. vrste na F^3, koja ima dvostruku točku u jednoj točki C_{1k}. Ako ova krivulja sadržava još dvije točke C_{1k}, bit će red preslikane krivulje:

$$2(p+q)-2-2=4.$$

Pravci će a_1 i b_1 biti dvostruke sekante. Ako uzmemo, da je ona dvostruka točka na F^3 upravo u točki C_{12}, a krivulja da prolazi još jednostavno točkama C_{15}, C_{16}, naći će se lako, da će pravci c_{25} i c_{26} biti trostruke sekante krivulje 4. reda, pa će zato ova pripadati drugoj vrsti. Pravac c_{12} imade dakle svojstvo, da je dvostruka sekanta krivulje 4. reda 2. vrste, koja siječe druge dvije dvostruke sekante a_1 i b_1 ove krivulje.

Uzme li se opet na F^3 krivulja 4. reda 1. vrste, koja u jednoj točki C_{1k} imade dvostruku točku, a prolazi jednostavno još trima točkama C_{1k}, bit će ona transformirana krivulja 3. reda. Budući da na F^3 imade pravaca, koji krivulju ne sijeku, a i takvih, koji je sijeku u dvije točke, vidi se, da je ova krivulja 3. reda pro-

Digitized by Google

storna krivulja. Pravci su a_1 i b_1 jednostavne njezine sekante. Imademo ovaj pregled:

c_1			k		Red	Vrsta	a_1	b_1
2	0	0	1	1	4	II.	2	2
2	0	1	1	1	3	prostorna	1	1

Iz poučaka u čl. 6. i 7. izlaze za ove dvije krivulje različna svojstva s obzirom na dodirne i oskulacione hiperboloide.

Dvjema dvostrukim mimosmjernim sekantama prostorne krivulje četvrtoga reda druge vrste moći će se položiti:

šest hiperboloida, koji idu dvjema točkama plohe F^3 i koji krivulju dotiču još u jednoj točki;

četiri hiperboloida, koji idu jednom točkom krivulje, jednom točkom plohe F^3 i dotiču krivulju u jednoj točki;

dva hiperboloida, koji idu dvjema točkama krivulje i dotiču je u jednoj točki;

dva hiperboloida, koji krivulju dotiču u nekoj zadanoj i još u drugoj kojoj točki;

jedan hiperboloid, koji krivulju dotiče u nekoj točki A i još u drugoj kojoj točki, ako točka A ima svojstvo, da onim dvjema sekantama položen hiperboloid ima s krivuljom u točki A hiperoskulaciju 1. reda;

tri hiperboloida, koji idu nekom zadanom točkom krivulje, a u drugoj je nekoj točki oskuliraju;

četiri hiperboloida, koji s krivuljom imadu hiperoskulaciju 1. reda.

Budući da pomenuta prostorna krivulja 3. reda na F^3 postaje isto tako iz krivulje 4. reda 1. vrste na F^3, koja imade dvostruku točku u jednoj glavnoj točki C_{1k}, vrijedit će ovdje navedeni poučci o dodirnim i oskulacionim hiperboloidima posve jednako i za prostornu krivulju 3. reda i njezine dvije jednostavne sekante (a_1 i b_1).

15. Uzet ćemo još na F^3 krivulju 5. reda 1. vrste, za koju je $p = 2$, $q = 3$ i koja može imati jednu ili dvije dvostruke točke[1]. Polože li se dvostruke točke ove krivulje u dvije glavne točke C_{1k}, snizit će se red preslikane krivulje na F^3 na 3 i 4. U ukrs-

[1] Sturm, *Flächen 3. Ordnung*, str. 187.

Digitized by Google

nici, koja slijedi, predočeni su u prvih pet stupaca brojevi, koji znače, koliko grana krivulje ide kojom od pet glavnih točaka C_{1k}. I treća od prikazanih krivulja imade dvije dvostruke točke, samo je jedna od njih različna od pet točaka C_{1k}, dok je druga u jednoj glavnoj ovoj točki. Četvrta prikazana krivulja imade samo jednu dvostruku točku. Od transformiranih krivulja na F^3 imadu prve dvije po dvije dvostruke sekante, koje sijeku a_1 i b_1, a druge dvije krivulje po jednu takvu sekantu.

k^5 na F^2 ima:	C_{1k}					Red	Vrsta	a_1	b_1
2 dvostr. toč.	2	2	1	1	0	4	II.	2	1
„	2	2	1	1	1	3	prostorna	1	0
„	2	1	1	1	1	4	I. s dvostr. toč.	2	1
1 dvostr. toč.	2	1	1	1	1	4	I. bez dvostr. toč.	2	1

Za ove krivulje izlaze poučci, koji slijede:

Na prostornu krivulju četvrtoga reda druge vrste na F^3 moći će se položiti jednom njezinom dvostrukom i jednom jednostavnom sekantom:

osam dodirnih hiperboloida, koji idu dvjema točkama plohe F^3;

šest dodirnih hiperboloida, koji idu jednom točkom krivulje i jednom točkom plohe;

četiri dodirna hiperboloida, koji idu dvjema točkama krivulje;

četiri dodirna hiperboloida, koji još krivulju dotiču u zadanoj točki;

tri hiperboloida, koji krivulju dotiču u nekoj točki A (u kojoj oskulacioni hiperboloid, položen onim dvjema sekantama, ima s krivuljom hiperoskulaciju 1. reda) i još u drugoj nekoj točki;

šest hiperboloida, koji idu nekom točkom krivulje, a u nekoj je točki oskuliraju.

Digitized by Google

Brojevi ovih dodirnih i oskulacionih hiperboloida ostaju posve isti za prostornu krivulju 3. reda na F^3, za koju je jedan pravac plohe jednostavna sekanta, a drugi krivulje ne siječe.

Isti će brojevi za takve hiperboloide ostati i kod krivulje 4. reda 1. vrste s dvostrukom točkom, gdje je jedna sekanta, kojom se hiperboloidi polažu, dvostruka, a druga jednostavna. Broj se gornjih poučaka može još nadopuniti ovako:

Jednom dvostrukom i jednom jednostavnom sekantom prostorne krivulje 4. reda 1. vrste s dvostrukom točkom na F^3, jednom točkom plohe i dvostrukom točkom krivulje mogu se položiti dva hiperboloida, od kojih svaki krivulju dotiče u nekoj njezinoj točki.

Budući da je zadnja krivulja posljednje ukrsnice postala iz krivulje 5. reda, koja ima samo jednu dvostruku točku, imat ćemo ove poučke:

Na prostornu krivulju četvrtoga reda 1. vrste na F^3 moći će se položiti jednom njezinom dvostrukom i jednom jednostavnom sekantom:

deset dodirnih hiperboloida, koji idu dvjema točkama plohe F^3;

osam dodirnih hiperboloida, koji idu jednom točkom krivulje i jednom točkom plohe;

šest dodirnih hiperboloida, koji idu dvjema točkama krivulje;

šest hiperboloida, koji krivulju dotiču u nekoj zadanoj njezinoj točki i još u nekoj drugoj točki;

pet hiperboloida, koji krivulju dotiču u točki A (u kojoj oskulacioni hiperboloid, položen onim dvjema sekantama, ima s krivuljom hiperoskulaciju 1. reda) i još u drugoj nekoj točki;

dvanaest hiperboloida, koji idu nekom točkom krivulje, a u nekoj je točki oskuliraju.

16. Ako krivulja 5. reda ($p = 2$, $q = 3$) na F^3 sa dvije ili s jednom dvostrukom točkom ide samo jednostavno glavnim točkama C_{1k}, dobit će se u preslikavanju dvije krivulje na F^3, i to: $2(p+q) - 5 = 5$, dakle krivulje 5. reda sa dvije ili s jednom dvostrukom točkom. Za svaku će ovu krivulju biti pravac a_1 sekanta, koja je siječe u tri točke, a pravac b_1 sekanta, koja je siječe u dvije točke. Zato možemo reći:

Digitized by Google

Jednom trostrukom i jednom dvostrukom sekantom krivulje 5. reda (prve vrste) na F^3 sa dvije dvostruke točke moći će se položiti: osam dodirnih hiperboloida, koji idu dvjema točkama plohe F^3, i tako dalje kao kod prve krivulje u posljednjoj ukrsnici.

Jednom trostrukom i jednom dvostrukom sekantom krivulje 5. reda (prve vrste) na F^3 s jednom dvostrukom točkom moći će se položiti: deset dodirnih hiperboloida, koji idu dvjema točkama plohe F^3, i tako dalje kao kod zadnje krivulje u posljednjoj ukrsnici. —

Svi dodirni hiperboloidi, koji su spomenuti u čl. 13.—16., mogu se zamijeniti prostornom krivuljom četvrtoga reda druge vrste, koju obadvije sekante, što se spominju u resultatima, sijeku u tri točke. Krivulje drugoga reda na F^2, kojima u linearnoj kongruenciji korespondiraju hiperboloidi (u resultatima: dodirni hiperboloidi), mogu se naime na F^3 točkovno preslikati u one krivulje četvrtoga reda druge vrste, koje se prema dotičnim krivuljama na F^3 s obzirom na dodir i oskulaciju odnose isto tako kao i spomenuti hiperboloidi.

17. Krivulja četvrtoga reda prve vrste može imati šiljak. Ako uzmemo takvu krivulju na plohi F^2, i to tako da sadržava svih pet glavnih točaka C_{1k}, bit će transformirana krivulja ravnična kubična krivulja sa šiljkom. S izvodima za ovu krivulju bavio sam se na drugom mjestu. Ovdje ćemo još promotriti samo slučaj, da pomenuta krivulja na F^2 sadržava samo četiri točke C_{1k}, a šiljak njezin da nije ni u jednoj glavnoj točki na F^2. Transformirana će krivulja na F^3 biti krivulja četvrtoga reda prve vrste sa šiljkom. Pravci će a_1 i b_1 na F^3 biti dvostruke sekante ove krivulje. Za ovu ćemo vrstu imati poučke, koji slijede:

Dvjema dvostrukim sekantama krivulje četvrtoga reda 1. vrste sa šiljkom moći će se položiti:

pet dodirnih hiperboloida, koji idu dvjema točkama na F^3;

tri dodirna hiperboloida, koji idu jednom točkom na plohi i jednom točkom krivulje;

jedan dodirni hiperboloid, koji ide dvjema točkama krivulje;

jedan dodirni hiperboloid, koji krivulju dotiče u nekoj zadanoj njezinoj točki i još u nekoj drugoj točki;

jedan hiperboloid, koji ide točkom krivulje, a u drugoj je nekoj točki oskulira.

Digitized by Google

Ako makar koja krivulja na F^2 ima šiljak u kojoj glavnoj točki C_{1k}, morat će transformirana krivulja na F^3 doticati korespondentni pravac c_{1k} plohe F^3. Kako naime obje sjecišne točke krivulje na F^2 imadu u ovom slučaju zajedničku tangentu u C_{1k}, imat će i obje sjecišne točke transformirane krivulje i pripadnoga pravca c_{1k} zajedničku tangentu, koja će s tim pravcem biti identična.

Uzme li se na pr. na F^2 krivulja 5. reda $p = 2$, $q = 3$, koja ima dva šiljka, izlaze transformacijom ove tri vrste krivulje na F^3 (isp. čl. 15.):

krivulja 4. reda 2. vrste, za koju je a_1 dvostruka, a b_1 jednostavna sekanta,

krivulja 3. reda u prostoru, za koju je a_1 jednostavna sekanta, a b_1 je nesiječe,

krivulja 4. reda 1. vrste sa šiljkom, za koju je a_1 dvostruka, a b_1 jednostavna sekanta.

Prve dvije od ovih krivulja imadu dvije tangente, koje sijeku istaknute dvije njihove sekante; treća krivulja imade samo jednu takvu tangentu. Možemo dakle reći:

Istaknutim dvjema sekantama posljednjih triju krivulja moći će se položiti na svaku krivulju:

šest dodirnih hiperboloida, koji idu dvjema točkama plohe F^3;

četiri dodirna hiperboloida, koji idu jednom točkom plohe i jednom točkom krivulje;

dva dodirna hiperboloida, koji idu dvjema točkama krivulje;

dva hiperboloida, koji krivulju dotiču u nekoj zadanoj i još u drugoj nekoj točki;

dva hiperboloida, koji idu jednom točkom krivulje, a u nekoj je drugoj točki oskuliraju.

Ako krivulja 5. reda na F^2 ima samo jedan šiljak, i to u jednoj glavnoj točki C_{1k}, a drugim glavnim točkama ide jednostavno, transformirat će se ona na F^3 u krivulju četvrtoga reda 1. vrste (bez šiljka), za koju će a_1 biti dvostruka, a b_1 jednostavna sekanta, i koja će imati tangentu ujedno kao transversalu za obje sekante a_1 i b_1.

Dvostrukom i jednostavnom sekantom takove krivulje moći će se položiti:

devet dodirnih hiperboloida, koji idu dvjema točkama plohe;

Digitized by Google

sedam dodirnih hiperboloida, koji idu jednom točkom plohe i jednom točkom na krivulji;

pet dodirnih hiperboloida, koji idu dvjema točkama krivulje;

pet hiperboloida, koji krivulju dotiču u zadanoj točki i još u drugoj nekoj točki;

četiri hiperboloida, koji krivulju dotiču u nekoj točki A (u kojoj oskulacioni hiperboloid, položen onim dvjema sekantama, ima s krivuljom hiperoskulaciju 1. reda) i još u drugoj njezinoj točki;

deset hiperboloida, koji idu jednom točkom krivulje, a u nekoj je drugoj točki oskuliraju.

I krivulje 5. reda sa šiljcima dovode do zanimljivih resultata. Njihovo izvođenje neka bude prepušteno čitaocu.

18. Neka bude na plohi F^3 zadana krivulja četvrtoga reda 1. vrste sa dvostrukom točkom. Prema tomu, da li je dvostruka točka u kojoj točki C_{1k} ili nije, mogu se na F^3 dobiti krivulje, koje su prikazane u ukrsnici. Sve su ove krivulje prostorne[1]. Pravci a_1 i b_1 sijeku svaku krivulju u jednakom broju točaka, jer je poradi $p = q = 2$ ovdje

$$p+2q-\Sigma\lambda_s = 2p+q-\Sigma\lambda_s.$$

Svaka krivulja ima d dvostrukih točaka; g znači rod.

	C_{1k}	Red	Vrsta		$a_1; b_1$
			g	d	
1)	2 0 0 0 0	6	0	0	4
2)	2 0 0 0 1	5	0	0	3
3)	2 0 0 1 1	4	0	0; II.	2
4)	2 0 1 1 1	3	0	0	1
5)	1 1 1 1 0	4	0	1; I.	2
6)	1 1 1 0 0	5	0	1	3
7)	1 1 0 0 0	6	0	1	4
8)	1 0 0 0 0	7	0	1	5
9)	0 0 0 0 0	8	0	1	6

[1] U ukrsnici zato ne dolaze slučaji 2 1 1 1 1 i 1 1 1 1 1, jer se transformiraju u ravne krivulje na F^3.

Digitized by Google

Krivuljâ 2) 3) i 4) nema kod Sturma, jer on nije uzeo u obzir dvostruke točke.

Budući da je svaka ova krivulja postala iz krivulje 4. reda 1. vrste s dvostrukom točkom na F^2, moći će se prema čl. 5. γ) kroz a_1 ili b_1 položiti po dvije tangencijalne ravnine na svaku krivulju. Za pomenutu krivulju na F^2 našao je Chasles ovaj poučak[1].

„Quand la courbe du quatrième ordre a un point double, elle n'est tangente qu'à deux directrices et à deux génératrices de l'hyperboloïde. Les quatre points de contact sont situés dans un même plan".

Ravnina ovih četiriju dodirnih točaka siječe F^2 u krivulji 2. reda, koja se na F^2 transformira u hiperboloid (krivulju četvrtoga reda 2. vrste), koji ide dvjema sekantama a_1 i b_1. Zato možemo reći:

Na svaku gore prikazanu krivulju 1)—9) plohe F^2 mogu se parom njezinih pripadnih sekanata a_1 i b_1 položiti četiri tangencijalne ravnine. Njihova su četiri dirališta s obadvjema sekantama a_1 i b_1 za svaku onu krivulju svagda na istom hiperboloidu.

Po drugom jednom Chaslesovu poučku[2] mogu se nekom točkom P' krivulje 4. reda 1. vrste sa dvostrukom točkom položiti tri oskulacione ravnine na krivulju. Tri oskulacione točke i točka P' jesu četiri točke iste ravnine. Budući da ova ravnina siječe F^2 u krivulji drugoga reda, transformirat će se ova krivulja na F^2 u hiperboloid, koji sadržava sekante a_1 i b_1. Možemo dakle reći:

Na svaku gore prikazanu krivulju 1)—9) plohe F^2 mogu se parom pripadnih sekanata a_1 i b_1 i nekom točkom P krivulje položiti tri hiperboloida, koji krivulju u nekoj točki oskuliraju. Tri oskulacione točke i točka P određuju sa sekantama a_1 i b_1 nov hiperboloid.

Budući da krivulja 4. reda 1. vrste s dvostrukom točkom ima četiri stacionarne ravnine, a dirališta su njihova u istoj ravnini[3], možemo reći, ako ovo svojstvo transformiramo na F^2:

[1] Comptes rendus, sv. 54., str. 321.
[2] Ibid., str. 322.
[3] Ibid., str. 323.

Digitized by Google

Na svaku gore prikazanu krivulju 1)—9) plohe F^3 mogu se parom pripadnih sekanata a_1 i b_1 položiti četiri hiperboloida, koji s krivuljom u jednoj njesinoj točki imadu hiperoskulaciju 1. reda. Ova četiri hiperoskulaciona dirališta i obje sekante a_1 i b_1 određuju nov hiperboloid.

Ako se mjesto dvostruke točke na krivulji 4. reda 1. vrste uzme šiljak, ne će se ni u jednom slučaju dobiti novi hiperboloidi, koji su istaknuti u posljednja tri resultata.

Vrijedno je napomenuti, da se s obzirom na prikazana svojstva dvije istovrsne krivulje 4. reda 1. vrste odnose dualno. Broj tangencijalnih ravnina kroz neki pravac na krivulju bit će jednak broju tangencijalnih hiperboloida, koji idu dvjema dvostrukim sekantama i dvjema čvrstim točkama, i t. d. Uopće se na temelju dobivenih resultata dadu istražiti točkovne transformacije krivuljâ na F^2 i njima korespondentnih krivulja na F^3, koje nijesu više istovrsne.

III. Harmoničko izvođenje nekih krivulja na plohi F^3.

19. Na svršetku svoje rasprave o krivuljama 4. reda 1. vrste pokazao je Chasles[1] načine za harmoničko izvođenje krivulje 3. i 4. reda na plohi F^2. Ova ćemo izvođenja prenijeti s pomoću prikazane transformacije na plohu F^3, pa ćemo ovim načinom doći do harmoničkoga izvođenja nekih krivulja na F^3.

Chasles uzima na hiperboloidu F^2 krivulju 4. reda 1. vrste i jednu izvodnicu h 1. sistema. Svaka izvodnica j drugoga sistema siječe krivulju u dvije točke P' i Q', a izvodnicu h u točki H'; potraži li se za svaki par P', Q' četvrta harmonička točka O' kao konjugirana za H', bit će geometričko mjesto točaka O' krivulja trećega reda, koja ide četirma točkama, gdje zadana krivulja četvrtoga reda dotiče izvodnice 2. sistema, i onim dvjema točkama, u kojima ova krivulja siječe izvodnicu h.

Da se redovi pripadnih krivulja na F^3 što više reduciraju, uzet ćemo na F^2 krivulju četvrtoga reda 1. vrste, koja sadržava svih pet točaka C_{1k}. Izvodnicu plohe a_2', koja ide glavnom točkom C_{12},

[1] *Propriétés des courbes à double courbure du quatrième ordre provenant de l'intersection de deux surfaces du second ordre,* Comptes rendus T. 54., str. 424., §. 60.

Digitized by Google

uzet ćemo kao izvodnicu h. Krivulja 4. reda transformirat će se na F^3 u ravničnu krivulju 3. reda (bez dvostruke točke; čl. 10.), a izvodnici će a_2' korespondirati pravac a_2 plohe F^3, koji siječe b_1 c_{12}. Budući da izvodnicama onoga sistema na F^2, kojemu a_2' ne pripada, korespondiraju krivulje 2. reda na F^3, za koje je os a_1 dopunidbeni pravac, i budući da krivulji 3. reda na F^2, koja ide točkom C_{12}, korespondira na F^3 krivulja 5. reda, koja siječe jednostavno pravac c_{12} plohe, možemo reći:

Uzme li se na plohi F^3 ravnična krivulja 3. reda, dalje dva mimosmjerna pravca (a_1 i a_2), pa se na svakoj krivulji 2. reda, u kojoj ravnine α_i položene kroz a_1 sijeku plohu F^3, a onda za tri presjeka ove krivulje s izabranom krivuljom 3. reda i s pravcem a_2 odredi četvrta harmonička točka O, bit će geometričko mjesto ovih točaka O krivulja 5. reda. Ova krivulja ide diralištima četiriju ravnina položenih kroz a_1 tangencijalno na krivulju 3. reda i sjecištem ove krivulje s pravcem a_2.

Budući da je za krivulju 3. reda, koja po Chaslesovu izvođenju resultira na F^2: $p = 1$, $q = 2$, bit će broj sjecišnih točaka pripadne krivulje 5. reda na F^3 s pravcem a_1 ovaj: $p+2q-1 = 4$, a s pravcem b_1: $2p+q-1 = 3$. Ovu krivulju 5. reda bilježi Sturm ovako[1]: 4, 3; 1, 0, 0, 0, 0, pa je zato njezin rod $g = 0$.

Ako se na plohi F^2 zadrži ista ona krivulja 4. reda 1. vrste pa ako se mjesto izvodnice a_2' uzme druga koja izvodnica, koja ne sadržava nijednu točku C_{1k}, ostat će izvođenje krivulje 5. reda na F^3 isto, samo će na mjesto pravca a_2 plohe doći krivulja 2. reda, koja b_1 siječe u dvije točke, a pravac a_1 u jednoj točki. Ova se dva glavna slučaja mogu kombinirati s različnim položajima krivulje 4. reda 1. vrste prema glavnim točkama C_{1k}. Prema tomu će se na F^3 uzeti mjesto ravnične krivulje 3. reda koja prostorna krivulja 4. 5. 6. 7. ili 8. reda.

20. Na pomenutom mjestu (§. 61.) daje Chasles harmoničko određenje krivulje 4. reda 2. vrste na F^2 ovako:

Ako se uzme na F^2 krivulja 4. reda 1. vrste k^4 i krivulja 2. reda k^2, pa ako se za sjecišta svih izvodnica istoga sistema sa k^4 i k^2 odrede četvrte harmoničke točke O' za sjecišta na k^2 kao konjugirane točke, bit će geometričko mjesto točaka O' krivulja 4. reda 2. vrste, koja ide kroz četiri točke, u kojima krivulja k^4

[1] Math. Ann., sv. 21., str. 494.

Digitized by Google

dotiče četiri izvodnice izabranoga sistema, i kroz četiri točke, u kojima krivulja k^4 siječe krivulju k^2.

Da se redovi pripadnih krivulja na F^3 što više reduciraju, uzet ćemo, da k^4 na F^2 sadržava svih pet točaka C_{1k}, a k^2 da ide kroz tri ovakve glavne točke, na pr. kroz C_{12}, C_{13}, C_{14}. Krivulja k^4 prelazi onda transformacijom na F^3 u ravničnu krivulju trećega reda, a k^2 prelazi u pravac plohe c_{36}. Krivulja 4. reda 2. vrste, koja resultira na F^2, prolazit će točkama C_{12}, C_{13}, C_{14}, pa će se zato na F^3 transformirati u krivulju 5. reda, za koju će pravci a_1 i b_1 biti dvostruka i četverostruka sekanta.

Načinom, koji je prikazan za krivulju 5. reda, moći će se odrediti različne krivulje višega reda na F^3, ako se položaji zadanih krivulja na F^2 prema glavnim točkama C_{1k} različno kombiniraju. Krivulja k^4 može naime sadržavati l točaka C_{1k} ($l = 0, 1, 2, 3, 4, 5$), a krivulja k^2 l' ovih točaka ($l' = 0, 1, 2, 3$). Moći će se dakle dobiti u svemu 24 krivulje, za koje je najviši red 8 i koje ne će biti sve među sobom različne.

21. Najzanimljivije će svakako biti za nas Chaslesovo određenje jedne prostorne krivulje na F^2 s pomoću četvrtih harmoničkih točaka, koje slijedi (§ 62. kod Chaslesa):

„Na hiperboloidu F^2 zadana je krivulja 4. reda 1. vrste s dvostrukom točkom k^4 i krivulja 3. reda k^3. Prvi sistem izvodnica siječe k^4 po u dvije točke P', Q', a krivulju k^3 po u jednoj točki H'. Odredi li se na svakoj ovoj izvodnici četvrta harmonička točka O' za H' s obzirom na par P', Q', bit će geometričko mjesto točaka O' krivulja četvrtoga reda 2. vrste".

Prije svega ćemo pokazati, da ovaj resultat Chaslesov ne valja, jer je u istini krivulja, koja resultira, krivulja 5. reda; ona siječe izvodnice prvoga sistema u jednoj točki, a izvodnice drugoga sistema u četiri točke, dakle je $p = 1$, $q = 4$.

Uzmimo, da krivulja k^4 sadržava svih pet glavnih točaka C_{1k}, ali da njezina dvostruka točka nije ni u jednoj od ovih točaka. Krivulja pak k^3 na F^2 neka ne sadržava nijednu točku C_{1k} niti dvostruku točku krivulje k^4. Ovaj pretpostavak ne može nikako utjecati na red krivulje, koja će resultirati na F^2, jer su točke C_{1k} osobite samo s obzirom na plohu F^3, dok za samu plohu F^2 nemaju posebnih svojstava. Krivulja k^n, koja resultira, mora sadržavati dvostruku točku D na k^4 jednostavno. Izvodnica naime prvoga sistema na F^2, koja ide ovom točkom D, siječe k^4 u dvije identične točke (D), a krivulju k^3 u nekoj točki N. Četvrta har-

Digitized by Google

monička točka za ove tri točke bit će u D. Krivulja će k^n ići prema tome točkom D. Dalje dotiče k^4 dvije izvodnice prvoga sistema (samo dvije zato, jer ima dvostruku točku; isp. čl. 5. γ) u točkama R i S. Budući da su u svakoj ovoj točki ujedinjene dvije točke krivulje k^4 na onim izvodnicama prvoga sistema, koje idu kroz R i S, bit će dotične četvrte harmoničke točke u R i S, pa će zato krivulja k^n sadržavati i ove točke Napokon će k^n sadržavati svaku zajedničku točku krivuljâ k^4 i k^3. Neka je U jedna takova točka. Izvodnica prvoga sistema kroz U siječe k^4 u točkama U i V, a krivulju k^3 u točki U; četvrta harmonička točka bit će u točki U, pa će ova točka biti na krivulji k^n. Isto vrijedi za ostale zajedničke točke (k^4k^3).

Broj zajedničkih točaka krivuljâ k^4 $(p=q=2)$ i $k^3(p'=1,\ q'=2)$ bit će $pq'+p'q=2\,.\,2+1\,.\,2=6$. Krivulja k^n mora dakle sjeći k^4 u šest točaka U_i $(i=1,\ldots,6)$, u točkama R i S i u dvostrukoj točki D, koja će u broju presjekâ vrijediti za dvije jedinice. U svemu će dakle biti $(k^4k^n)=10$. Kad bi krivulja k^n po Chaslesu bila 4. reda $(p''=1,\ q''=3$ ili obrnuto), mogao bi broj zajedničkih točaka za k^4 i k^n biti najviše $pq''+p''q=1\,.\,2+2\,.\,3=8$. Prema tomu je red Chaslesove krivulje premalen. Ako uzmemo u obzir, da je broj sjecištâ $(k^4k^n)=10$ maksimalan, a to izlazi odatle, što četvrte harmoničke točke na k^4 mogu biti samo u sjecištima (k^4k^3) i u točkama R, S, D, dalje da krivulja k^n može svaku izvodnicu prvoga sistema sjeći samo u jednoj točki, jer za jednu točku (na k^3) izlazi samo jedna konjugirana harmonička točka za dvije točke (na k^4), odredit ćemo lako pravi red krivulje k^n $(p''=1,\ q''=x)$. Bit će naime $pq''+p''q=2.x+1.2=10$, dakle $x=4$. Prema tomu je za k^n: $p=1$, $q=4$, a krivulja je petoga reda. Ovo se potvrđuje još i s pomoću sjecištâ (k^nk^3). Broj će njihov biti $1\,.\,4+1\,.\,2=6$, a to je upravo broj točaka U_i $(i=1,\ldots,6)$. Kad bi naprotiv krivulja k^n imala $p=1$, $q=3$ ili obrnuto, bio bi broj sjecištâ (k^nk^3) ovaj: $1\,.\,3+1\,.\,2=5$ ili $1\,.\,1+2\,.\,3=7$, dakle ni u jednom slučaju pravi broj točaka U_i.

Budući da krivulja k^5, koja harmonički resultira na F^2, ne sadržava nijedne točke C_{1k}, bit će transformirana krivulja na F^2 krivulja desetoga reda. Ovaj se red može znatno sniziti, ako se krivulje k^4 i k^3 na F^2 osobito namjeste i među sobom i s obzirom na točke C_{1k}.

Digitized by Google

Krivulju k^3 na F^2 možemo položiti kroz svih pet točaka C_{1k}; ova će dakle krivulja biti k_a^3 ili k_b^3, u koju se preslikava os a_1 ili b_1 kongruencije.

I krivulju k^4 na F^2 možemo položiti kroz svih pet točaka C_{1k}, tako da njezina dvostruka točka ne dođe ni u jednu točku C_{1k} niti u koju točku krivulje k_a^3 (ili k_b^3). Krivulja k^5 sadržavat će p e t točaka C_{1k}, još j e d n u točku ($k^4 k^3$), d v i j e točke R i S, i j e d n u točku D, koja broji dvostruko. Krivulja k^4 transformira se na F^3 u ravničnu krivulju 3. reda s dvostrukom točkom, krivulja k_b^3 u pravac b_1 plohe, a krivulja k^5 u krivulju $k_l^{n'}$, za koju će biti red $2(p+q)-l=5$. Pravac će a_1 imati s k_5^5 na F^3 sjecišta $p+2q-l=4$, a b_1 će krivulju sjeći u $2p+q-l=1$ točki. Imademo dakle ovo izvođenje:

Usmu li se na F^3: ravnična krivulja 3. reda k^3 s dvostrukom točkom (D'), dalje dva mimosmjerna pravca a_1 i b_1, od kojih svaki siječe k^3 u jednoj točki, pa se pravcem a_1 polože sve moguće krivulje 2. reda k_i^2, sjeći se svaka krivulja k_i^2 krivulju k^3 još u dvije točke, a pravac b_1 u jednoj točki H. Odredi li se na svakoj sjekotini k_i^2 č e t v r t a h a r m o n i č k a t o č k a O, koja je konjugirana točki H za druge dvije točke ($k^3 k_i^2$), bit će geometričko mjesto točaka O k r i v u l j a 5. r e d a, za koju je pravac a_1 č e t v e r o s t r u k a, a pravac b_1 j e d n o s t a v n a s e k a n t a.

Ova će krivulja sjeći svaki pravac kvintuple c_{1k} jednostavno, ići će onim dvjema točkama R' i S', u kojima ravnine položene kroz a_1 d o t i č u krivulju k^3, dalje sjecišnom točkom ($k^3 b_1$) i dvostrukom točkom D' na k^3. Krivulja će dakle k_5^5 sjeći ravninu krivulje k^3 u točkama R', S', ($k^3 b_1$), a doticat će je u točki D', jer je ona ravnina za plohu F^3 tangencijalna u D', pa zato presjek njezin sa k_5^5 u ovoj točki broji dvostruko.

22 Obje krivulje k^4 i k^3 na F^2 ne možemo uopće namjestiti tako, da svaka sadržava svih pet točaka C_{1k} i da dvostruka točka krivulje k^4 bude na k^3. U ovom bi naime slučaju obje krivulje imale $5+2=7$ zajedničkih točaka, što poradi $pq'+p'q=1.2+2.2=6$ nije moguće. Naprotiv se može uzeti, da obje krivulje idu svima točkama C_{1k}, pa da k^4 imade svoju dvostruku točku u jednoj od pet glavnih točaka, na pr. u točki C_{11}. Za ovaj će se položaj moći red transformirane krivulje na F^3, koja resultira iz harmoničke krivulje na F^2, dovesti do minima.

Digitized by Google

U ovom će slučaju na svakoj izvodnici prvoga sistema biti jedna točka harmoničke krivulje k^x, samo će ona izvodnica, koja ide glavnom točkom C_{jk}, biti izuzetak. Krivulje k_b^3 i k^4 imadu naime $1.2+2.2=6$ zajedničkih točaka; od tih su četiri jednostavna sjecišta u točkama C_{1k} $(k \neq 2)$, a ostale dvije točke moraju biti u C_{12}. Poradi toga se može uzeti ili da je krivulja k^x petoga reda, pa da ima u C_{12} šiljak, ili da se krivulja k^x raspada u krivulju četvrtoga reda 2. vrste i u pravac.

Ako uzmemo, da krivulja k^x imade u C_{12} šiljak, bila bi transformirana krivulja na F^3 reda $2(p+q)-6=2(1+4)-6=4$. Broj sjecišnih točaka ove krivulje 4. reda 1. vrste s pravcem a_1 bio bi $p+2q-6=3$, a s pravcem b_1 izlazilo bi $2p+q-6=0$ sjecišnih točaka. Krivulja bi onda morala doticati pravac c_{12} plohe u jednoj točki (čl. 17.); no u ovom bi slučaju bilo u ravnini (a_1, c_{12}) pet sjecišnih točaka s krivuljom, i to tri na a_1, a dvije u diralištu na c_{12}, to pak za krivulju 4. reda nije moguće. Ako uzmemo, da je jedna od tri točke na a_1 u sjecištu pravca a_1 s pravcem c_{12}, a krivulja da u drugoj nekoj točki ovaj pravac c_{12} još jednostavno siječe, bilo bi u ravnini (a_1, c_{12}) opet pet točaka krivulje, jer je sjecište $(a_1 c_{12})$ d i r a l i š t e ravnine (a_1, c_{12}), pa bi u njemu morala krivulja s ravninom imati dvije konsekutivne zajedničke točke.

Ostaje samo ta mogućnost, da se krivulja k^x raspada na krivulju k^4 i na izvodnicu prvoga sistema, na kojoj samo točka C_{12} pripada j e d n o s t a v n o harmoničkoj krivulji, koja resultira. Ta će se krivulja k^4 druge vrste transformirati u p r o s t o r n u k r i v u l j u 3. r e d a n a F^3 (isp. čl. 10.). Pravac će a_1 biti dvostruka sekanta krivulje, a pravac b_1 ne će krivulje sjeći. Ravnina će (a_1, c_{12}) sjeći ovu krivulju u tri točke, od kojih su dvije na a_1, a treća na c_{12}. Krivulja četvrtoga reda na F^3, koja je tako izabrana, da ima u C_{12} dvostruku točku, transformirat će se na F^3 u krivulju drugoga reda k^2, kojoj ravnina ide pravcem c_{12} plohe (čl. 14.). Ravnina će dakle (a_1, c_{12}) sjeći k^2 u dvije točke, a pravac b_1 u jednoj točki. Četvrta je harmonička točka jedino sjecište pravca c_{12} s krivuljom k^2. I u ravnini krivulje k^2 možemo lako naći tri moguća sjecišta krivulje k^3. Dva će od njih biti dirališta ravninâ položenih kroz a_1 tangencijalno na k^2, a treće je ono prije pomenuto sjecište na c_{12}. Možemo dakle reći:

Digitized by Google

Uzmu li se na plohi F^3 dva mimosmjerna pravca a_1 i b_1 i krivulja drugoga reda k^2, koja ne siječe nijedan od izabranih pravaca (kojoj dakle ravnina sadržava jednu transversalu sa a_1 i b_1 na F^3), pa se pravcem a_1 polože ravnine, koje plohu F^3 sijeku u krivuljama 2. reda k_i^2, moći će se na svakoj ovoj krivulji odrediti dva sjecišta sa k^2, a jedno sa b_1. Četvrta harmonička točka sa ova tri sjecišta na svakoj sjekotini k_i^2 opisuje prostornu krivulju 3. reda na F^3, sa koju je a_1 dvostruka sekanta, a b_1 pravac plohe, koji krivulju ne siječe.

Mjesto krivulje k^2, kojoj ravnina ide kroz c_{12}, može se uzeti par pravaca, u koje k^2 može degenerirati u pet različnih ravnina kroz c_{12}. Ovim će se načinom s pomoću četiri pravca plohe F^3 doći do harmoničke prostorne krivulje 3. reda na plohi.

Najspecijalniji slučaj za harmoničko određenje prostorne krivulje na F^3 nastaje, ako se za k^2 uzme par pravaca u ravnini položenoj kroz jedan pravac c_{1k} i kroz a_1 i b_1. Uzmimo ravninu (c_{12}, b_1). Krivulju k^2 čine u toj ravnini pravci b_1 i a_2. Polože li se kroz b_1 (kao os kongruencije) sve moguće ravnine, pa se u svakoj odredi četvrta harmonička točka, kako je bilo pokazano u općenom slučaju, dobit će se prostorna kubična krivulja, koja ima osobit položaj na F^3. Možemo reći:

Potraži li se na svakom pravcu kvintuple prve vrste c_{1k} četvrta harmonička točka sa konjugirani par $(c_{1k}b_1)$, $(c_{1k}a_k)$ i za treću točku $(c_{1k}a_1)$, dobit će se pet točaka, koje zajedno s dvostrukom sekantom b_1 određuju prostornu kubičnu krivulju, koja je sasvim na plohi F^3. Krivulja siječe pravac b_1 u njegovim asimptotičkim točkama.

Izmijene li se u ovakovom određenju pravci a_1 i b_1, dobit će se druga prostorna kubična krivulja, koja je posve na plohi F^3 i koja siječe pravac a_1 u njegovim asimptotičkim točkama. Tangente na svaku ovu krivulju u asimptotičkim točkama na a_1 ili b_1 sijeku pravac b_1 ili a_1. Obje se krivulje sijeku u pet točaka, dakle se njima može položiti ploha drugoga reda, koja F^3 dotiče u pet točaka i t. d.

Digitized by Google

IV. Prameni krivuljâ i izvođenje krivuljâ s pomoću pramenâ na F^3.

23. Krivulje istoga reda ($n = p+q$) i iste vrste na F^2 čine p r a m e n, koji ima $2pq$ t e m e l j n i h točaka. Svaka je krivulja u pramenu određena još samo jednom točkom, koja nije identična s kojom temeljnom točkom, ili, što je isto, jednom tangentom u kojoj temeljnoj točki[1]. Ako se takav pramen transformira na plohu F^3, dobit će se na ovoj plohi pramen krivuljâ, koje sve imadu red $n' = 2(p+q)$ i $2pq$ temeljnih točaka. Ako je naime A_i jedna temeljna točka pramena $[k^n]$ na F^2, sjeći će ona zraka a_i u $[a_1, b_1]$, koja je onoj (temeljnoj) točki korespondentna, plohu F^3 treći put u točki A_i'. Svakoj krivulji pramena na F^2 korespondira na F^3 po jedna krivulja pramena $[k^{n'}]$, pa će svaka ići točkom A_i'.

Neki pramen na F^3 može imati jednu ili više svojih temeljnih točaka u glavnim točkama C_{1k}. Ako l temeljnih točaka u pramenu koincidira sa l točaka C_{1k} ($l = 0, 1, 2, 3, 4, 5$), korespondirat će pramenu $[k_l^n]$ na F^2 pramen $[k_l^{n'}]$ na F^3, za koji će biti red $2(p+q) - l$ i koji će imati samo $2pq - l$ p r a v i h temeljnih točaka, dok će sve krivulje pramena još jednostavno sjeći l pravaca c_{1k} plohe F^3. Budući da se u nekom pramenu $[k_l^n]$ na F^2, koji u točki C_{1k} ($k = k'$) nema temeljnu točku, može položiti jedna krivulja točkom $C_{1k'}$, izlazi, da će za neku krivulju pramena $[k_l^{n'}]$ na F^3, koja ne siječe pravac c_{1k} ($k = k'$) plohe, biti samo jednostavan uvjet, da siječe j e d n o s t a v n o pravac $c_{1k'}$ plohe.

Za sve krivulje nekoga pramena na F^3 bit će pravac a_1 sekanta, koja ih siječe u $p+2q-l$ točaka, a pravac b_1 sekanta sa $2p+q-l$ sjecištâ.

24. S pomoću svojstava pramenâ $[k_l^n]$ na F^2 mogu se izvesti različna svojstva pramenâ $[k_l^{n'}]$ na F^3, gdje se poradi $n' = 2n - l$ može red pramena na F^3 sniziti, a da svojstva zadanoga pramena na F^2 ostaju ista, jer je za ovaj pramen posve svejedno, ima li koju temeljnu točku u kojoj točki C_{1k} ili nema. Nanizat ćemo

[1] Isp. za ovo i za izvode, koji slijede: C h a s l e s a, Comptes rendus, sv. 53., str. 1203.

Digitized by Google

ovdje svojstva pramenâ na F^2 s pomoću poučaka, koje je izveo Chasles za pramene na F^2:

α) Položi li se kroz a_1 ili b_1 makar koja čvrsta ravnina, bit će u nekom na F^2 zadanom pramenu $2(p-1)$ ili $2(q-1)$ krivuljâ, koje dotiču zadanu ravninu.

β) U pramenu $[k_l^{n'}]$ na F^2 ima $2(p+q-1)$ krivuljâ, koje dotiču makar koji hiperboloid, položen pravcima a_1 i b_1 plohe. Ovaj broj dodirnih krivulja zavisi samo o broju $p+q$, a ne ujedno o vrsti krivuljâ, koje čine pramen.

Ako hiperboloid ide jednom temeljnom točkom pramena, ili ako sadržava jedan „temeljni pravac" $c_{1k'}$ plohe (t. j. pravac, koji sve krivulje pramena jednostavno sijeku, jer pripadni pramen na F^2 ima jednu temeljnu točku u $C_{1k'}$), bit će broj krivuljâ, koje dotiču onaj hiperboloid: $2(p+q-2)$.

Ako sve krivulje pramena imadu dvostruku točku u jednoj temeljnoj točki, ili ako sve sijeku dvostruko neki temeljni pravac c_{1k} plohe, pa hiperboloid položen kroz a_1 i b_1 ide onom temeljnom točkom ili temeljnim pravcem, bit će broj dodirnih krivulja u pramenu: $2(p+q-3)$.

γ) Položi li se kroz a_1 i b_1 hiperboloid, koji ide nekom temeljnom točkom pramena ili sadržava koji temeljni pravac na F^2, pa prolazi još jednom, makar kojom točkom plohe F^2, bit će u pramenu tri krivulje, koje hiperboloid oskuliraju u temeljnoj točki.

δ) Ako se sve krivulje nekoga pramena dotiču među sobom u jednoj temeljnoj točki, bit će među njima jedna krivulja, koja ne će doticati ostale, nego će imati dvostruku točku u onoj temeljnoj točki.

ε) Imadu li sve krivulje nekoga pramena dvostruku točku u jednoj temeljnoj točki, činit će parovi tangenata na krivulje u zajedničkim dvostrukim točkama involuciju zrakâ. Ako sve krivulje pramena sijeku jedan pravac c_{1k} plohe po u dvije točke, bit će parovi ovih sjecišnih točaka u involuciji. Među krivuljama prvoga pramena bit će dvije, koje imadu šiljak u onoj temeljnoj točki, a od krivulja drugoga pramena doticat će dvije dotični pravac c_{1k} plohe.

Uopće će za neki pramen, u kojemu imadu sve krivulje t-struku točku u jednoj temeljnoj točki, činiti tangente u ovoj točki involuciju zrakâ. Među ovim će krivuljama biti njih $2(t-1)$, u kojima

Digitized by Google

se dvije grane oskuliraju i čine šiljak, kroz koji prolazi još $t-2$ granâ u onoj temeljnoj točki.

ζ) Ako dva pramena krivuljâ na F^3 imadu jednu zajedničku temeljnu točku, bit će uopće u prvom pramenu t r i krivulje, koje oskuliraju određene tri krivulje drugoga pramena.

η) Neka je na F^3 zadan pramen $[k_l^{n'}]$ i dvije makar koje točke A i B.

Polože li se na svaku krivulju pramena dodirni hiperboloidi kroz pravce a_1 i b_1 i točkama A i B, činit će sve krivulje istoga reda i iste vrste (kao krivulje u pramenu), koje se mogu položiti kroz $2pq$ dirališta na svakoj krivulji i kroz točku A (ili B), pramen krivuljâ i s t o g a r e d a. Ove će se naime krivulje sjeći u temeljnim točkama, kojih ima $2pq-1$ bez obzira na točku A (ili B).

25. Ako je na F^3 zadan pramen krivuljâ i makar koje dvije točke A i B, pa se kroz a_1 i b_1 polože hiperboloidi, koji idu točkama A i B, a d o t i č u svaku krivulju pramena, bit će geometričko mjesto diralištâ: krivulja reda $4(p+q)$, koja ide svim temeljnim točkama ($2pq$) zadanoga pramena i točkama A i B. Ako se točka A (ili B) uzme u jednoj temeljnoj točki pramena, imat će krivulja, koja resultira, u ovoj točki t r o s t r u k u t o č k u.

Uzmimo, da su točke C_{1k} temeljne točke pramena $[k_5^4]$, gdje je $p=1$, $q=3$. Sve će krivulje pramena imati poradi $2pq=6$ još jednu zajedničku (t. j. temeljnu) točku P. Ovomu će pramenu na F^3 korespondirati pramen reda $2p+2q-5=3$, t. j. pojedine će krivulje pramena biti p r o s t o r n e k r i v u l j e 3. r e d a, koje sijeku jednostavno svaki od pet pravaca c_{1k}, a sve prolaze točkom P'. Za ove će krivulje pravac a_1 biti dvostruka sekanta, a pravac b_1 krivulje ne će sjeći. Polože li se pravcima a_1 i b_1 i dvjema čvrstim točkama A i B na F^2 dodirni hiperboloidi na sve ove krivulje 3. reda u pramenu, bit će d i r a l i š t a na krivulji, kojoj je red $2(2+6)-5=11$ i koja ide točkama P', A i B. Za ovu će krivulju biti pravac a_1 deveterostruka, a pravac b_1 peterostruka sekanta; pravci će je c_{1k} jednostavno sjeći. Kao ova k r i v u l j a j e d a n a e s t o g a r e d a, tako se može izvesti krivulja svakoga reda na F^3, ako se pramen na F^2 namjesti u određen položaj prema glavnim točkama C_{1k}.

Neka bude na F^2 zadan pramen $[k_l^n]$, u kojemu krivulje dotiču svaku izvodnicu istoga sistema u točkama, kojih ima $2(q-1)$. Sva

Digitized by Google

dirališta čine krivulju, kojoj je red $2(p+q-1)$ i koja siječe izvodnice istaknutoga sistema u $2(q-1)$ točki, a izvodnice drugoga sistema u $2p$ točaka. Ova krivulja ide svim temeljnim točkama zadanoga pramena. Ako se sve ovo transformira na F^3, dobit ćemo krivulju reda $4(p+q-1)$, koja je geometričko mjesto diralištâ za krivulje nekoga pramena $[k_l^{n'}]$ i za ravnine položene pravcem a_1 (ili b_1) tangencijalno na sve krivulje pramena. Uzme li se na pr. na F^3 pramen krivuljâ 4. reda 1. vrste ($p=2$, $q=2$), za koji su točke C_{1k} temeljne točke, imat će ovaj pramen poradi $2pq=8$ još tri temeljne točke, koje su od C_{1k} različne. Ovaj će se pramen transformirati na F^3 u pramen ravničnih krivulja 3. reda, koje idu kroz tri točke, u kojima neki pravac siječe plohu F^3. Polože li se na ove krivulje tangencijalne ravnine pravcem a_1, bit će dirališta na krivulji reda $4(2+2-1)-5=7$, koja ide trima temeljnim točkama zadanoga pramena. Krivulja siječe pravac a_1 u tri, b_1 u pet točaka, a sve pravce c_{1k} jednostavno.

26. Chasles je izrekao način[1] za izvođenje krivulja viših redova s pomoću zadanoga pramena i određenih ravnina ovako: „Si une conique tracée sur l'hyperboloïde passe par un point fondamental d'un faisceau de courbes d'ordre m; $M(x^p\, y^q)$, et que par une droite fixe ΩI qui part d'un point Ω de la conique, on mène des plans aux m points d'intersection de chaque courbe du faisceau par la conique, lesquels rencontrent la même courbe en $m(m-1)$ autres points: le lieu de ces points est une courbe d'ordre $(3m-2)$, $M(x^{m+p-1}\, y^{m+q-1})$ qui passe par les $2pq$ points fondamentaux du faisceau, et qui a deux points multiples, l'un d'ordre $(m-1)$ en Ω, et l'autre d'ordre m en I."

Prenesemo li ovaj način izvođenja na plohu F^3 s pomoću našega preslikavanja, dobit ćemo novo sredstvo za izvođenje različnih viših krivulja na plohi F^3. Chaslesovo izvođenje transformira se u ovo, koje slijedi.

Na plohi F^3 neka bude zadan pramen krivulja $[k_l^{n'}]$ reda $n'=2(p+q)-l$ i makar kakova krivulja 4. reda 2. vrste k^4_{II}, za koju su a_1 i b_1 trostruke sekante i koja ide jednom temeljnom točkom pramena $[k_l^{n'}]$. Na krivulji k^4_{II} neka bude izabrana točka

[1] Comptes rendus, sv. 53., str. 1208.

Digitized by Google

A, a makar gdje na plohi F^3 točka B. Krivulja k^4_{II} siječe svaku krivulju zadanoga pramena u $p+q$ točaka S_i. Polože li se točkama A i B nove krivulje $k^4_{II'}$, koje idu pojedinim točkama S_i, dobit će se na svakoj ovoj krivulji $k^4_{II_i}$ presječne točke S'_j s istom krivuljom pramena, tako da će u svakoj krivulji $k^4_{II_i}$ biti još $(p+q)(p+q-1)$ presječnih točaka S'_j. Sve ove točke S'_j, određene na svim krivuljama pramena, čine krivulju reda

$$2[3(p+q)-2]-l,$$

koja pravac a_1 siječe u $3m+2q+p-3-l$ točaka, a pravac b_1 u $3m+2p+q-3-l$ točaka. Krivulja ima u točki A višestruku točku reda $p+q-1$, a u točki B višestruku točku reda $p+q$.

S pomoću broja l može se red ove krivulje znatno sniziti. Pokazat ćemo, kako se ovim načinom može izvesti krivulja četvrtoga reda prve vrste s pomoću „pramena" krivuljâ 2. reda, što idu pravcem na F^3.

Glavne točke C_{12} i C_{13} na F^3 uzet ćemo kao temeljne točke pramena krivuljâ 2. reda na F^3. Krivulja ovoga pramena, koja ide točkom C_{14}, neka bude k^2_{14}, a ona, što sadržava točku C_{15}, neka je obilježena sa k^2_{15}. Uzmimo na k^2_{14} točku P, a na k^2_{15} točku Q, ali tako, da točke P i Q ne budu identične ni s jednom točkom C_{1k}, pa položimo točkama P, Q i C_{12} ravninu, koja siječe F^3 u krivulji k^2. Izaberimo dalje na k^2 makar koju točku A (koja nije identična sa P, Q ili C_{12}) i položimo ravnine (APC_{14}) i (AQC_{15}). Ove se dvije ravnine sijeku u pravcu, koji ide točkom A na k^2, a siječe plohu po drugi put u točki B. Postupa li se sad po Chaslesovu pravilu, dobit će se krivulja reda

$$2[3(1+1)-2]-l,$$

gdje još treba odrediti l. Budući da krivulja, koja resultira, sadržava sve temeljne točke zadanoga pramena, vidi se, da da će naša krivulja ići točkama C_{12} i C_{13}. Po pretpostavku ide krivulja k^2_{14} točkom P na k^2. Položi li se dakle ravnina (ABP), sjeći će ona obrnuto krivulju k^2_{14} u točki C_{14}, pa će poradi toga krivulja, koja resultira, sadržavati točku C_{14}. Istim se opet načinom vidi, da će ona krivulja ići i točkom C_{15}. Krivulja ima u B točku, koja je višestruka reda $p+q$, dakle u našem slučaju

Digitized by Google

dvostruka točka. Kako je ujedno broj točaka, u kojima naša krivulja siječe izvodnice jednoga sistema, $m+p-1=2$, a broj sjecišnih njezinih točaka na izvodnicama drugoga sistema $m+q-1=2$, vidi se, da će ona krivulja biti četvrtoga reda 1. vrste i da će u B imati dvostruku točku. No poradi toga izlazi, da će krivulja ići jednostavno kroz četiri točke C_{12}, C_{13}, C_{14} i C_{15}. Red transformirane krivulje bit će dakle poradi $l=4$ ovaj: $2[3(1+1)-2]-4=4$. Točka B' ove krivulje, u koju se transformira točka B krivulje na F^2, bit će dvostruka točka. Iz $3m+2q+p-3-4=3m+2p+q-3-4=2$ izlazi, da će krivulja četvrtoga reda 1. vrste na F^3 sjeći pravce a_1 i b_1 u dvije točke.

Radi se sad o tome, da se pramen krivuljâ drugoga reda, krivulja k^2_{14} i krivulja k^2_{15} preslikaju na F^3, pa da se točke P, Q i A tako izaberu, da će krivulja, koja resultira, biti transformirana krivulja one, koja je pod prikazanim uvjetima izvedena na F^2. Pramen krivuljâ drugoga reda na F^2, za koji su C_{12} i C_{13} temeljne točke, preslikava se u krivulje 2. reda na F^3, koje sijeku samo u jednoj točki pravce c_{12}, c_{13}, a_1 i b_1. Krivulja k^2_{14} na F^2 sadržava temeljne točke C_{12}, C_{13}, C_{14}. Ona se dakle preslikava u pravac c_{56} plohe F^3 (isp. čl. 1.). Isto će se tako krivulja k^2_{15} preslikati u pravac c_{46} plohe F^3. Pravci su c_{56} i c_{46} među sobom mimosmjerni.

Uzme li se dakle na F^3 pravac, koji ne siječe a_1, b_1, c_{12} i c_{13}, dakle pravac c_{23}, pa se njim polože ravnine, koje F^3 sijeku u krivuljama drugoga reda, moći će se skup ovih krivulja upotrijebiti za izvođenje prostorne krivulje četvrtoga reda 1. vrste. Na pravcima c_{56} i c_{46} izabrat će se točke P' i Q', pa će se njima položiti krivulja 4. reda 2. vrste, koja još siječe pravac c_{12} jednostavno, a pravce a_1 i b_1 svaki u tri točke. Na toj će se krivulji k^4_{II} izabrati točka A'. Položit će se dalje krivulja 4. reda 2. vrste točkama A' i P' tako, da siječe jednostavno pravac c_{14}, a po triput pravce a_1 i b_1, pa onda krivulja iste vrste kroz točke A' i Q' tako, da siječe jednostavno pravac c_{15}, a po triput a_1 i b_1. Kako obje ove krivulje imadu jednu zajedničku točku A', sjeći će se samo još u jednoj točki B'. Odrede li se sad pojedine presječne točke na svakoj krivulji 2. reda u izabranom pramenu, kako je bilo istumačeno na početku ovoga članka, poslije transformacije na plohu F^3, dobit će se na ovoj

Digitized by Google

plohi krivulja četvrtoga reda prve vrste, koja siječe pravce c_{12}, c_{13}, c_{14}, c_{15} jednostavno, pravce a_1 i b_1 dvostruko, a ima dvostruku točku u točki B'.

27. Chasles ima dalje ovo izvođenje za krivulje na F^2:

„Si par les p points dans lesquels une génératrice de l'hyperboloïde rencontre chaque courbe d'un faisceau d'ordre m, $M(x^p, y^q)$, on mène les p directrices, lesquelles rencontrent la même courbe en $p(q-1)$ autres points: le lieu de ces points est une courbe d'ordre $(m+p-1)$, $M'(x^{2p}\, y^{q-1})$".

Budući da izvodnici na hiperboloidu korespondira na F^3 ravnina položena kroz pravac a_1 i b_1, dobivamo na F^3 ovo izvođenje za više krivulje. Neka bude $[k^{n'}]$ zadani pramen krivuljâ na F^3, a α makar koja ravnina položena pravcem a_1. Ravnina α siječe svaku krivulju pramena u p točaka P_i. Ako se svakom ovom točkom i pravcem b_1 položi ravnina β_i, dobit će se u presjeku iste one krivulje s ravninom β_i točke, kojih ima $p(q-1)$. Sve ovako dobivene točke čine krivulju reda $2(m+p-1)$ na F^3, koja siječe pravac a_1 u $2(p+q-1)$ točki, a pravac b_1 u $4p+q-1$ točki.

Iz Chaslesova se izvođenja na F^2 razabira, da krivulja, koja resultira, ne će nopće ići temeljnim točkama pramena. Zato će se transformacijom dobiti u prvom redu krivulje viših redova. Ako se pak pramen i zadana izvodnica na F^2 namjeste u osobit položaj, moći će se red transformirane krivulje na F^2 sniziti na 4.

Uzet ćemo točke C_{12} i C_{13} na F^2 kao temeljne točke za pramen $[k_2^3]$ krivuljâ trećega reda, za koje će biti $p=1$, $q=2$. Neka bude s makar koja izvodnica onoga sistema, koji krivulje pramena siječe samo u jednoj točki; s neka ne sadržava nijednu točku C_{ik}. Položit ćemo točkama C_{12}, C_{13} izvodnice t_2 i t_3 drugoga sistema. Izvodnica t_1 siječe s u točki T_1, a izvodnica t_2 u T_2. Točkama C_{12}, C_{13}, T_1 možemo položiti krivulju 3. reda, za koju će biti $p=1$, $q=2$, a točkama C_{12}, C_{13}, T_2 možemo položiti drugu krivulju 3. reda, koja će pripadati istoj vrsti kao i prva. Budući da obje ove krivulje imadu četiri zajedničke točke, sjeći će se osim u C_{12} i C_{13} još u dvije točke R_1 i R_2. Budući da je za određenje jedne krivulje 3. reda potrebno $pq+(p+q)=5$ točaka, bit će točkama C_{12}, C_{13}, R_1, R_2 određen pramen takovih krivulja. Uzme li se s kao čvrsta izvodnica u Chaslesovu određenju,

Digitized by Google

sadržavat će krivulja, koja resultira, obadvije temeljne točke C_{12} i C_{13} pramena. Izvodnica s siječe naime jednu krivulju pramena u točki T_1, kojom ide izvodnica t_1 drugoga sistema. Kako ova izvodnica siječe istu onu krivulju u točki C_{12}, pripadat će ova točka izvedenoj krivulji. S istih će razloga pripadati i točka C_{13} ovoj krivulji. Red krivulje, koja resultira, bit će $2p+q-1=3$; za nju će biti $p'=2p=2$, $q'=q-1=1$. Izlazi dakle **krivulja 3. reda**, koja se prema izvodnicama plohe F^2 odnosi upravo obrnuto od krivuljâ pramena.

Red transformirane krivulje bit će $2(p'+q')-l=4$. Budući da se pramen $[k_2^3]$ transformira u krivulje 4. reda 2. vrste, koje sijeku a_1 u tri, b_1 u dvije, a c_{12} i c_{13} u jednoj točki, vidi se, da će se s pomoću ovih krivulja i s pomoću čvrste ravnine α_s kroz a_1 izvesti načinom, koji je gore istumačen, krivulja **četvrtoga reda druge vrste**, koja a_1 siječe u dvije točke, b_1 u tri, a c_{12} i c_{13} u jednoj točki.

28. Na plohi F^3 mogu biti zadana dva pramena krivuljâ $[k^{n'}]$ i $[k^{m'}]$, tako da svakoj krivulji jednoga pramena korespondira jednoznačno jedna krivulja drugoga pramena, t. j. prameni mogu biti **projektivni**.

Chasles je pokazao, da dva projektivna pramena na plohi F^2, koji imadu redove n i m, izvode krivulju, kojoj je red $m+n$ i koja siječe izvodnice jednoga sistema u $p+p'$, a izvodnice drugoga sistema u $q+q'$ točaka. Krivulja, koja resultira, ide svim temeljnim točkama $2pq$ jednoga pramena i svim temeljnim točkama $2p'q'$ drugoga pramena.

Budući da je poradi transformacije $n'=2n$, $m'=2m$, bit će za izvedenu krivulju red $2(m+n)=m'+n'$. Taj se red može lako sniziti, ako se temeljne točke pramenâ na F^2 uzmu u glavnim točkama C_{1k}. Ako su sve temeljne točke pramenâ na F^2 (samo jednostavne točke za sve krivulje) u točkama C_{1k}, moći će se red krivulje, koja na F^3 resultira iz $[k_l^{n'}] \wedge [k_{l'}^{m'}]$, gdje je $l+l'=5$, sniziti najviše na $m'+n'-5$.

Neka bude na F^2 zadan pramen krivuljâ n-toga reda $[k^n]$ i njemu projektivan pramen krivuljâ 2. reda $[k^2]$. Geometričko mjesto sjecištâ korespondentnih krivulja bit će krivulja reda $n+2$. Ona će sjeći izvodnice prvoga sistema u $p+1$ točki, a izvodnice drugoga sistema u $q+1$ točki, gdje p i q znače opet broj sjecištâ svake krivulje pramena $[k^n]$ s izvodnicama prvoga ili drugoga

Digitized by Google

sistema. Ako se dakle uzmu obadvije temeljne točke pramena $[k^2]$ u točkama C_{12}, C_{13}, a tri temeljne točke pramena $[k^n]$ u ostale tri točke C_{1k} $(k \neq 2, 3)$, imat će transformirana krivulja na F^3 red: $2(n+2) - 5 = 2n - 1$. Uzmemo li, da je $[k^n]$ pramen krivuljâ 3. reda, transformirat će se sve njegove krivulje opet u krivulje 3. reda na F^3, jer onaj pramen sadržava tri glavne točke C_{1k}. Za ovaj će dakle slučaj dva projektivna pramena na F^3, jedan 3. reda, a drugi četvrtoga reda druge vrste, izvesti krivulju 5. reda, koja će a_1 sjeći u $p+1+2q+2-5 = p+2q-2 = 3$ točke, a pravac b_1 u $2p+q-2 = 2$ točke. Krivulja će jednostavno sjeći svih pet pravaca c_{1k}. To je najjednostavnija krivulja, koja se može izvesti iz općenih projektivnih pramenova (bez singularnih točaka).

Mjesto krivuljâ u pramenu $[k^m]$ na F^2 može se uzeti involucija izvodnicâ istoga sistema, tako da svakoj krivulji pramena $[k^n]$ korespondira p' izvodnicâ u onoj involuciji. Red krivulje, koja resultira, bit će $n+p'$; krivulja će sjeći izvodnice jednoga sistema u $p+p'$, a izvodnice drugoga sistema u q točaka. Budući da se involucija izvodnicâ (p') transformira u involuciju ravninâ oko a_1 (ili b_1), a pramen $[k^n]$ u pramen $n' = 2n$-toga reda, moći će se ovim načinom izvesti na F^3 krivulja reda

$$2(n+p') = n'+2p'.$$

Red se može sniziti za 5 jedinica, ako su točke C_{1k} temeljne točke pramena $[k^n]$. Jasno je naime, da će krivulja, koja resultira na F^2, sadržavati sve temeljne točke zadanoga pramena.

29. Redovi transformiranih krivulja na F^3 moći će se znatnije sniziti, ako se uzme obzir na singularne točke u zadanim projektivnim pramenima na F^2. Transformirat ćemo na F^3 neke odnose, koje je za ovaj slučaj pokazao Chasles.

Imadu li sve krivulje u jednom od dva projektivna pramena krivuljâ na F^2 višestruku točku u jednoj temeljnoj točki pramena, imat će krivulja, koja resultira iz projektivnih pramena, višestruku točku istoga reda u istoj onoj temeljnoj točki. Ako dakle sve krivulje nekoga pramena $[k^{n'}]$ na F^3 sijeku neki pravac c_{1k} u istom broju točaka (t), dobit će se kao izvod ovoga pramena s drugim nekim, prvomu projektivnim pramenom $[k^{m'}]$ krivulja reda $(m'+n')-t$, koja će isti onaj pravac c_{1k} sjeći u t

Digitized by Google

točaka. Red se ove krivulje može još sniziti, ako prameni na F^2 imadu još koju točku C_{1k} za temeljnu točku.

Ako dva pramena $[k^m]$, $[k^m]$ na F^2 imadu jednu zajedničku temeljnu točku, koja je za prvi pramen višestruka točka reda t, a za drugi pramen višestruka točka reda t', imat će krivulja reda $m+n$ u istoj onoj temeljnoj točki višestruku točku reda $t+t'$.

Uzme li se ona zajednička višestruka točka pramenâ na F^2 u jednoj točki C_{1k}, sjeći će transformirana krivulja na F^3 korespondentni pravac c_{1k} u $t+t'$ točaka. Ovako se može na F^3 lako izvesti krivulja 5. reda. Uzmimo na F^2 pramen $[k^1]$ krivuljâ 4. reda 1. vrste, koje imadu u C_{12} zajedničku dvostruku točku, a onda ovomu pramenu projektivan pramen krivuljâ 2. reda $[k^2]$, koje imadu dvije svoje temeljne točke u glavnim točkama C_{12}, C_{13}. Ostale tri točke C_{14}, C_{15}, C_{16} neka budu ujedno temeljne jednostavne točke prvoga pramena. Krivulje prvoga pramena transformiraju se na F^3 u krivulje reda $2(2+2)-2-3=3$, koje pravac a_1 sijeku u jednoj točki, pravac b_1 isto tako u jednoj točki, dok je broj njihovih sjecišnih točaka na c_{12} jednak 2. Krivulje drugoga pramena na F^2 transformiraju se u krivulje 2. reda na F^3, za koje je pravac c_{23} dopunidbeni pravac. Krivulja, koja resultira iz projektiviteta ovih skupina krivuljâ na F^3, imat će red:

$$2(4+2)-3-4.1=5.$$

Ona će sjeći pravac c_{12} u tri točke, a pravce c_{13}, c_{14}, c_{15}, c_{16} po u jednoj točki. Budući da dobivena krivulja 6. reda na F^2 siječe izvodnice jednoga i drugoga sistema u tri točke, bit će broj sjecišnih točaka transformirane krivulje 5. reda s pravcem a_1:

$$3+2.3-7=2,$$

a isto će tolik biti broj njezinih sjecišta na pravcu b_1. —

Ako je jedna temeljna zajednička točka dvaju projektivnih pramena na F^2 višestruka točka reda t za jedan i za drugi pramen, pa ako t granâ svake krivulje prvoga pramena dotiče t granâ korespondentne krivulje drugoga pramena, imat će u ovoj temeljnoj točki krivulja, koja resultira, višestruku točku reda $2t+1$.

Transformacija ovoga slučaja na plohu F^3 bit će laka, ako prije odredimo transformaciju krivuljâ, koje se dotiču u jednoj točki C_{1k} kao zajedničkoj temeljnoj točki dvaju pramena na F^2.

Digitized by Google

Uzmimo na F^2 krivulju 4. reda k^4, koja ima u C_{12} dvostruku točku i koja ide jednostavno ostalim četirma točkama C_{1k}. Neka bude dalje zadana druga krivulja četvrtoga reda prve vrste k_1^4 na F^2, koja ima u C_{12} dvostruku točku i zajedničke tangente s prvom krivuljom i koja prolazi točkama C_{13}, C_{14}. Obje krivulje imadu osam zajedničkih točaka. Budući naime da imadu obje u C_{12} dvostruku točku, sijeku se u C_{12} u četiri točke; budući pak da imadu u C_{12} zajedničke tangente, imat će još dvije zajedničke točke u blizini točke C_{12}, dakle u svemu šest zajedničkih točaka u C_{12}. Kako dvije krivulje 4. reda 1. vrste ne mogu imati više od osam zajedničkih točaka na F^2, izlazi, da obje krivulje k^4 i k_1^4 ne će imati nikakvih drugih zajedničkih točaka osim onih u C_{12}, C_{13}, C_{14}. Transformacijom prelazi krivulja k^4 u krivulju drugoga reda k^2 na F^3, za koju je pravac c_{12} dopunidbeni pravac. Krivulja će se pak k_1^4 transformirati u krivulju 4. reda c^4 poradi

$$2(p+q)-2-2=4.$$

Krivulja c^4 mora sjeći pravac c_{12} plohe F^3 u dvije točke, jer k_1^4 imade u C_{12} dvostruku točku. Ujedno mora c^4 sjeći ravninu krivulje k^2 u četiri točke T_i ($i=1, 2, 3, 4$). Nijedna točka T_i ne može biti na c_{13} ili c_{14}, jer se krivulje k^4 i k_1^4 na F^2 sijeku u točkama C_{13}, C_{14} jednostavno. Budući da ove dvije krivulje nemaju izvan C_{12}, C_{13}, C_{14} nikakvih zajedničkih točaka, vidi se, da će četiri točke T_i biti nužno na pravcu c_{12}. Krivulja k^2 siječe ovaj pravac u dvije točke K_1 i K_2. Krivulja će dakle c^4 doticati krivulju k^2 u točkama K_1 i K_2. Obje krivulje k^2 i c^4 imadu dakle isto tako dvije zajedničke tangente u K_1 i K_2, kao što imadu korespondentne krivulje k^4 i k_1^4 dvije zajedničke tangente na F^2.

Ako krivulje nekoga pramena na F^2 imadu u jednoj temeljnoj točki C_{1k} dodir prvoga reda među sobom, a ista je temeljna točka zajednička i za drugi pramen, imat će krivulja reda $n+m$ u onoj temeljnoj točki d v o s t r u k u točku, za koju je jedna tangenta identična sa zajedničkom tangentom krivuljâ prvoga pramena.

Prvi se pramen transformira na F^3 u pramen krivuljâ, koje se sve dotiču među sobom u jednoj točki korespondentnoga pravca c_{1k}. Ova je točka zajednička temeljna točka i za drugi pramen na F^3. Krivulja, koja resultira iz projektiviteta ovih dvaju pramena, sjeći će pravac c_{1k} u dvije točke. Jedna je od tih točaka identična sa zajedničkom temeljnom točkom zadanih pramena; u

Digitized by Google

ovoj točki dotiče krivulja, koja resultira, sve krivulje prvoga pramena.

30. Na F^2 neka budu zadana dva pramena, koji imadu zajedničku temeljnu točku C_{12}. Sve krivulje jednoga i drugoga pramena neka imadu zajedničku tangentu t'' u C_{12}. Krivulja reda $m+n$, koja resultira iz projektivnih pramena, imat će u točki C_{12} šiljak, za koji je pravac t'' tangenta. Ako se ova krivulja $(m+n)$-toga reda transformira na F^3, imat će ona transformirana krivulja zajedničku tangentu t' sa svim krivuljama jednoga i drugoga pramena, koji je transformiran na F^3. Krivulja će imati šiljak u sjecišnoj točki pravca c_{12} i tangente t'.

Ako je C_{12} zajednička temeljna točka dvaju pramena $[k^m]$ i $[k^m]$ na F^2, pa ako svaki korespondentan par krivuljâ imade zajedničku tangentu t'' u C_{12}, imat će krivulja reda $m+n$, koja resultira, trostruku točku u C_{12}. Među svim parovima korespondentnih krivulja u projektivnim pramenima bit će tri takova, za koje se obadvije pripadne krivulje oskuliraju u C_{12}. Tri tangente ovih parova bit će tangente za tri grane one krivulje, koja resultira. Ova će se dakle krivulja transformirati na F^3 u krivulju reda $2(m+n)$, koja siječe pravac c_{12} u tri točke. Svaki par pripadnih krivulja u transformiranim pramenima imat će zajedničku sjecišnu točku na pravcu c_{12} (čl. 29.). Tri para ovakvih krivulja imat će osim toga jednostavan dodir na c_{12}, a u tima će trima točkama sjeći krivulja $2(m+n)$-toga reda pravac c_{12}.

Neka dakle bude zadan na F^2 pramen krivuljâ drugoga reda $[k^2]$, koji ima temeljne točke u C_{12} i C_{13}, i pramen krivuljâ 4. reda 2. vrste $[k^4_{II}]$, koji ima u točkama C_{1k} pet svojih temeljnih točaka. Projektivitet obadvaju pramena neka bude određen tim, da korespondentne krivulje imadu zajedničku tangentu u C_{12}.

Pramen $[k^2]$ transformira se na F^3 u pramen krivuljâ 2. reda $[c^2]$, za koje će pravac c_{23} plohe biti dopunidbeni pravac. Pramen $[k^4_{II}]$ transformirat će se u pramen krivuljâ 3. reda, koje su prostorne. Sve će krivulje ovoga pramena sjeći svih pet pravaca c_{1k} jednostavno, a ići će još jednom čvrstom točkom, u koju se transformira šesta temeljna točka pramena $[k^4_{II}]$.

Krivulja c, koja resultira na F^2, ima u C_{12} trostruku točku, u C_{14}, C_{15}, C_{16} jednostavne točke, a u C_{13}, koja je zajednička za obadva pramena $[k^2]$ i $[k^4_{II}]$, imat će dvostruku točku. Red će transformirane krivulje c' prema tomu biti:

Digitized by Google

$$2(2+4)-3-2-3.1=4.$$

Ona će krivulja c na F^2 sjeći izvodnice jednoga sistema u

$$p'+p''=2$$

točke, a izvodnice drugoga sistema u $q'+q''=4$ točke. Transformirana će dakle krivulja c' sjeći pravac a_1 u $2+2.4-8=2$ točke, a pravac b_1 u $2.2+4-8=0$ točaka. Budući da krivulja c ima u C_{12} trostruku točku, sjeći će c' pravac c_{12} u tri točke. No prema tome siječe ravnina, položena pravcima a_1 i c_{12}, krivulju četvrtoga reda c' u 5 točaka, a to nije moguće. Krivulja c na F^2 mora se raspasti.

Da se krivulja, koja resultira iz pomenutih osobitih projektivnih pramena, ne raspada, mora se Chaslesov poučak nadopuniti određenjem broja onih zajedničkih temeljnih točaka za obadva zadana pramena, koje su još moguće osim temeljne zajedničke točke kao trostruke točke za izvedenu krivulju c.

Odredit ćemo za tu svrhu prije svega maksimalni broj dvostrukih točaka i šiljaka (zajedno) za makar koju krivulju $n=p+q$ na plohi F^2. Projicira li se ovakva krivulja iz makar koje točke prostora, koja nije na krivulji, na neku ravninu, koja je prema krivulji u općenom položaju, imat će projekcija maksimalni broj dvostrukih točaka i šiljaka:

$$\frac{1}{2}(p+q-1)(p+q-2).$$

Ove dvostruke točke i šiljci potječu dijelom od pravih dvostrukih točaka i šiljaka prostorne krivulje, dijelom opet od njezinih prividnih dvostrukih točaka. Chasles[1] je našao, da je broj prividnih dvostrukih točaka krivulje $n=p+q$ na F^2 ovaj:

$$\frac{1}{2}\left[p^2+q^2-(p+q)\right].$$

Prema tome će biti maksimalni broj dvostrukih točaka i šiljaka one prostorne krivulje ovaj:

$$\frac{1}{2}(p+q-1)(p+q-2)-\frac{1}{2}\left[p^2+q^2-(p+q)\right]=pq-(p+q)+1.$$

[1] Comptes rendus, T. 53, str. 1084.

Digitized by Google

Uzmimo dakle dva projektivna pramena na F^2, za koje će redovi biti $n = p' + q'$, $m = p'' + q''$. Svaki korespondentan par krivulja ima u jednoj zajedničkoj temeljnoj točki dodir prvoga reda, tako da će krivulja, koja resultira, imati u ovoj temeljnoj točki trostruku točku. Obadva pramena neka imadu dalje još δ zajedničkih temeljnih točaka, koje su jednostavne za sve krivulje jednoga i drugoga pramena. U svakoj ovakvoj temeljnoj točki imat će krivulja c, koja resultira, dvostruku točku; u svemu će dakle krivulja c imati trostruku točku i δ dvostrukih točaka. No maksimalni će broj dvostrukih točaka (i šiljaka) za krivulju c biti prema gornjemu resultatu ovaj:

$$(p'+p'')\ (q'+q'') - (p'+p''+q'+q'') + 1.$$

Budući da jedna trostruka točka krivulje vrijedi za tri dvostruke točke, ima naša krivulja c najviše $\delta + 3$ dvostruke točke. Zato mora biti

$$(p'+p'')\ (q'+q'') - (p'+p''+q'+q'') + 1 \geqq \delta+3.$$

Odatle izlazi, da je

$$\delta \leqq (p'+p'')\ (q'+q'') - (p'+p''+q'+q'') - 2.$$

Broj δ zajedničkih temeljnih točaka za obadva pramena (osim one točke, u kojoj će biti trostruka točka krivulje c) zavisan je dakle o brojevima sjecišnih točaka p', p'', q', q''. Za gore izvedenu krivulju 6. reda na F^2 izlazi $\delta = 0$, dakle u točki C_{13} ne može biti zajednička temeljna točka obadvaju pramena. To se ondje pokazalo tim, što se krivulja c morala nužno raspasti.

Chasles nije ove prilike uzeo u obzir, zato njegov poučak nije onako općeno valjan, kako je izrečen.

31. Ako je na plohi F^2 zadan pramen krivuljâ $[k^n]$, pa se jednom temeljnom točkom A pramena i makar kojom točkom B plohe polože tangencijalne ravnine na sve krivulje pramena u točki A, sjeći će svaka ova ravnina pripadnu krivulju pramena još u $n-2$ točke. Geometričko mjesto ovih sjecišta bit će krivulja reda $(n+2)$, koja ima u A trostruku točku, a ide ostalim temeljnim točkama, kojih je $2pq-1$, i točkom B. Uzmimo, da je

$$A \equiv C_{1k}\ (k = k').$$

Digitized by Google

Prenesemo li ovo Chaslesovo izvođenje na plohu F^3, možemo kazati: Ako je na F^3 zadan pramen krivuljâ $[k^{n'}]$, pa se pravcima a_1 i b_1 plohe polože hiperboloidi, koji dotiču svaku krivulju pramena u istoj temeljnoj točki A', a svi idu nekom čvrstom točkom B' plohe, sjeći će svaki hiperboloid pripadnu krivulju pramena još u $(n'-2)$ točke. Sve ove točke čine krivulju reda $(n'+4)-3$, koja siječe pravac $c_{1k'}$ plohe u tri točke, a ide ostalim temeljnim točkama pramena i točkom B'. Točka B' može samo onda biti identična s drugom kojom temeljnom točkom pramena, ako je

$$(p'+1)\,(q'+1)-(p'+q')-5 \geqq 0,$$

gdje je $\frac{n'}{2}=p'+q'$.

Ako krivulje jednoga pramena na F^3 imadu s korespondentnim krivuljama drugoga pramena u jednoj zajedničkoj temeljnoj točki dodir reda t, imat će krivulja, koja resultira, u istoj ovoj točki višestruku točku reda $t+2$. U ovom će slučaju biti broj δ daljih zajedničkih temeljnih točaka, koje mogu imati obadva pramena:

$$\delta \leqq (p'+p'')\,(q'+q'')-(p'+p''+q'+q'')-\frac{t^2+3t}{2}.$$

Ako dakle dvije krivulje na F^3 imadu u jednoj točki C_{1k} dodir reda t, imat će transformirane krivulje na F^3 dodir reda $t-1$. Isto će vrijediti za sve korespondentne krivulje dvaju pramena na F^3. Za krivulju, koja resultira iz pramenâ na F^3, znači δ broj dvostrukih točaka u temeljnim točkama dvaju pramena i ujedno broj pravaca c_{1k}, koji su za krivulju dvostruke sekante.

32. Sve krivulje nekoga pramena $[k^n]$ na F^3 neka imadu u točki C_{12} t-struku točku. Uzme li se na F^3 neka točka B, koja nije ni u jednoj temeljnoj točki pramena, pa se točkom B položi t tangencijalnih ravnina, koje dotiču t grana svake krivulje pramena u točki C_{12}, sjeći će svaka tangencijalna ravnina pripadnu krivulju još u $n-2$ točke, dakle sve tangencijalne ravnine za istu krivulju u $t(n-2)$ točke. Sve će ove točke činiti krivulju reda $n+2t$, koja siječe izvodnice jednoga i drugoga sistema u $p+t$ i $q+t$ točaka. Ova će krivulja imati u C_{12} višestruku točku reda $2t+1$, a sadržavat će sve ostale temeljne točke pramena i točku B.

Digitized by Google

Pramen se $[k^{n'}]$ transformira na F^3 u pramen krivuljâ, koje pravac c_{12} plohe sijeku u t točaka. Polože li se kroz a_1 i b_1 hiperboloidi, koji idu točkom B' plohe F^3, a dotiču svaku krivulju pramena u njezinim sjecišnim točkama na c_{12}, sjeći će svaki hiperboloid krivulju, koju dotiče, još u $n'-2$ točke, dakle svi pripadni hiperboloidi istu krivulju pramena u $t(n'-2)$ točke. Sve će ove točke biti na krivulji reda $n'+3t-1$, koja pravac c_{12} siječe u $2t+1$ točki. Ovdje je $n' = 2n-t$. Određenje krivulje reda $n+2t$, koja resultira na F^2, nije posve općeno valjano, jer višestruka točka $(2t+1)$-oga reda zavisi o redu krivulje, kojoj pripada. Ovakva je naime višestruka točka ekvivalentna sa $(2t+1)t$ dvostrukih točaka; zato će biti

$$(p+t)(q+t) - (p+q+2t) + 1 \geqq (2t+1)t$$

ili

$$pq-p-q+1 \geqq t(t-p-q+3).$$

Red će transformirane krivulje biti $n'+3t-1 = 2p+2q+2t-1$. Ova će krivulja sjeći c_{12} u $2t+1$ točki, a pravac a_1 u

$$(p+t)+2(q+t) - 2t - 1 = p+2q+t-1$$

točki, gdje se pretpostavlja, da krivulja, koja resultira na F^2, ne sadržava nijedne točke C_{1k} $(k \neq 2)$. Na pravcu a_1 i na pravcu c_{12} bit će dakle zajedno $p+2q+3t$ točaka; zato će morati biti:

$$2p+2q+2t-1 \geqq p+2q+3t,$$

dakle

$$t \leqq p-1,$$

a isto se tako dobiva uvjet

$$t \leqq q-1.$$

Ova tri uvjeta moraju biti ispunjena, da određenje krivulje bude uopće moguće. Lako će se sad reducirati red transformirane krivulje na F^3, ako ona siječe još koji pravac c_{1k}, t. j. ako pripadna krivulja na F^2 sadržava još koju točku C_{1k}.

Digitized by Google

Résumé.

Clebsch, Cremona et Reye ont traité la question de la représentation d'une surface générale du 3ième ordre sur un plan. D'une telle transformation ponctuelle on a déduit beaucoup de propriétés pour les courbes planes et pour les systèmes de telles courbes. Mais si l'on exécute la génération[1] de la surface générale cubique F^3 à l'aide d'une congruence linéaire $[a_1, b_1]$ et d'un système $[F^2]$ des plans tangents d'une quadrique F^2, on pourra représenter la surface cubique F^3 sur la quadrique F^2, et, par ce procédé, on pourra obtenir quelques propriétés pour les courbes gauches situées sur la surface cubique en transformant les courbes gauches d'un hyperboloïde, pour lesquelles Chasles[2] a donné une foule de propriétés très générales et très remarquables. Quelques propriétés qui suivent de la représentation considérée pour les courbes planes rationnelles du 3ième et 4ième ordre, je les ai données dans le mémoire: *Ueber eine Abbildung der allgemeinen Fläche 3. Ordnung und einige daraus abgeleitete Eigenschaften der rationalen ebenen Kurven 3. und 4. Ordnung*"[3], et, par conséquent, elles ont été négligées dans le mémoire présent.

La représentation de la surface F^3 sur l'hyperboloïde F^2 constitue cinq points cardinaux sur F^2 qui correspondent aux cinq droites gauches entre elles de la surface cubique F^3. Il résulte de là une classification des courbes gauches sur F^3 d'après les rapports de celles-ci aux cinq droites. Le mémoire contient des recherches générales en ce sens, en particulier celles pour les courbes gauches du troisième ordre et pour les deux espèces des quartiques gauches sur F^3.

On arrive aux espèces diverses des courbes gauches sur F^3 en faisant passer simplement les courbes correspondantes sur F^2 par l'un ou plusieurs points cardinaux C_{1k}; chaque fois quand la courbe contient un tel point, l'ordre de la courbe déduite sur F^3 sera diminué d'une unité.

---

[1] „Rad" de l'Académie (des Slaves du Sud) des Sciences et de Beaux Arts, T. 161, p. 62.

[2] Comptes rendus, T. 53, p. 1077.

[3] Sitzungsberichte der kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien, T. CXVII, IIa (1908), p. 631.

Digitized by Google

La variété des propriétés s'augmente par l'introduction des courbes gauches sur F^2 qui possèdent des points singulaires, surtout si l'on fait coincider les points singulaires avec les points cardinaux de la représentation sur F^2.

On donne les nombres divers des hyperboloïdes tangents et des hyperboloïdes osculateurs qui passent par certaines sécantes des courbes sur F^3 et par les points donnés de la surface, ensuite une génération harmonique d'une courbe gauche du 5ième ordre sur F^3, enfin des génération des courbes sur F^3 à l'aide des faisceaux projectifs de courbes gauches sur la surface F^2, en transformant les courbes gauches résultantes, déduites par Chasles[1].

[1] Comptes rendus, T. 53, p. 1203.

Digitized by Google

O membranama jednakog otpora.

Primljeno u sjednici matematičko-prirodoslovnoga razreda Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti dne 3. srpnja 1908.

Napisao dr. M. Milanković.

U ovoj ćemo radnji da izvedemo nekoje općenitije zaključke iz slijedeća dva mehanička problema:

1. Neka se dade gibivoj membrani oblik takove rotacione površine, da debljina membrane, koja se mijenja od tačke do tačke meridijana, bude u svakoj tački njezinoj proporcionalna silama istezanja normalnima na meridijanske i usporedničke presjeke, a izazvanima vlastitom težinom membrane. Neka osim toga sile istezanja u spomenuta dva smjera budu jedna drugoj jednake, tako da membrana u svima svojim tačkama pokazuje jednak otpor prema silama istezanja u obadva smjera.

2. Neka se riješi isti problem, ako je membrana mjesto svojom vlastitom težinom opterećena kapljevinom sadržanom u prostoru, koji je obuhvaćen membranom.

Prvi problem u ovom obliku nije do danas bio ispitivan, i ako se je Schwedler bavio pitanjima o silama istezanja u elastičnim rotacionim površinama[1]. Drugim problemom bavio se je na pobudu prof. dra. Intzea prof. dr. Forchheimer, koji je razvio jednačinu membrane jednakog otpora za pritisak vode[2], no to, da se na takove membrane nailazi u prirodnim pojavama, ostalo mu je neopaženo, a baš je ta veza između tehničkih problema i prirodnih pojava od osobitog interesa za svakog ispitivača prirode. To nam je prof. dr. Forchheimer lično priznao.

---

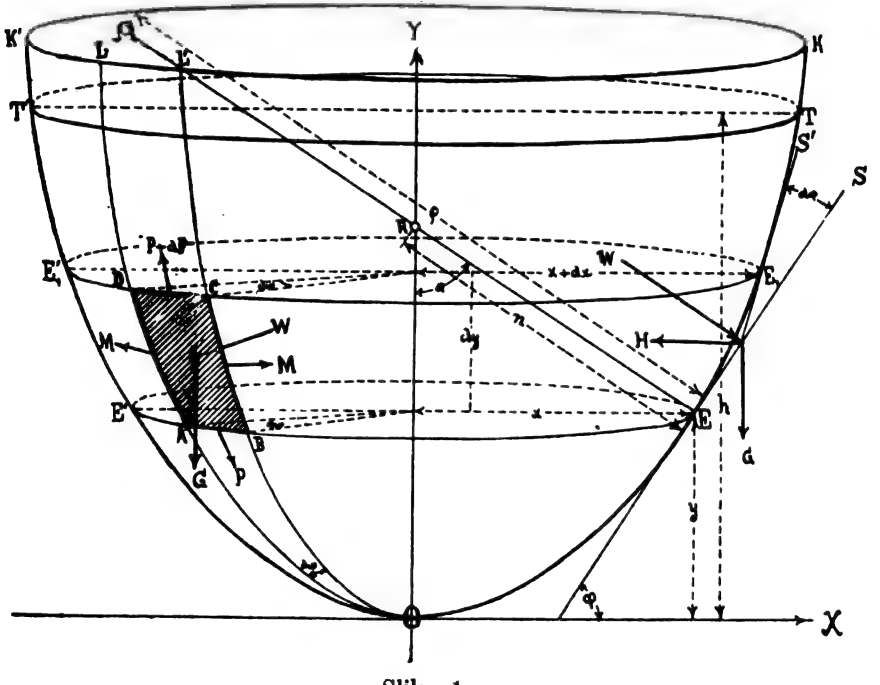
[1] Schwedler, Die Konstruction der Kuppeldächer. Zeitschrift für Bauwesen. 1866.

[2] Forchheimer, Berechnung ebener und gekrümmter Behälterböden. Zeitschrift für Bauwesen. 1894.

Digitized by Google

Na matematičko ispitivanje drugoga problema ne ćemo mnogo riječi da trošimo, nego samo toliko, koliko nam je nužno, da dokažemo naše zaključke. Prvim ćemo se problemom malo više da pozabavimo.

U to ime neka je u slici 1. predstavljen meridijanski presjek OEE_1K jedne neizmjerno tanke potpuno gibive membrane. Uzmimo još za sad, da je meridijan u dijelu, što ga promatramo, konkavan prema svojoj osi — koju ćemo da uzmemo za ordinatnu os našega ortogonalnog sistema — i da u polu O ima horizontalnu tangentu OX, koju ćemo za apscisnu os da odaberemo. Membrana neka bude obješena na čvrstom krugu KK'.



Slika 1.

Neka osim toga označuje:

σ_m istezanje u tački E (sa koordinatama x, y) normalno na meridijanski presjek, a uzeto na jedinicu dužine presjeka.

σ_p istezanje u tački E normalno na usporednički presjek uzeto na jedinicu dužine presjeka.

Digitized by Google

Zbog simetrije membrane i opterećenja istezanja su σ_m i σ_p na čitavoj usporednici EE' konstantna.

Neka E_1E_1' predstavlja usporednicu, koja je usporednici EE' neizmjerno bliska, a $(\sigma_m + d\sigma_m)$ i $(\sigma_p + d\sigma_p)$ istezanja u tačkama ove usporednice.

Neka OL i OL' predstavljaju dva neizmjerno bliska meridijana, a $d\omega$ neka označuje onaj neizmjerno mali kut, što ga oba ova meridijana između sebe zatvaraju.

Promatrajmo sada neizmjerno mali elemenat $ABCD$, što je ograničen gore označenim neizmjerno bliskim usporednicama i meridijanima. Na nj djeluje pet sila, i to:

1. sila istezanja M meridijanskog presjeka AD
2. sila istezanja M meridijanskog presjeka BC
3. sila istezanja P usporedničkog presjeka AB
4. sila istezanja $P + dP$ usporedničkog presjeka DC
5. vlastita težina G elementa membranina $ABCD$.

Tih pet sila moraju da drže ravnotežu, te nam zakon ravnoteže predstavlja odmah jedan odnošaj između tih sila, koje su opet zavisne o obliku i debljini membrane i njezina opterećenja. Taj zakon matematički formulirati to je sada naš zadatak.

Neka u tu svrhu označuje:

g specifičnu težinu materijala membrane,
δ debljinu membrane u tački E, pa uvjerimo se, da je:

$$\widehat{AB} = x d\omega$$

$$\widehat{DC} = (x + dx) d\omega$$

$$\widehat{AD} = \widehat{BC} = ds = \sqrt{dx^2 + dy^2},$$

to je onda:

$$M = \sigma_m \,.\, ds$$

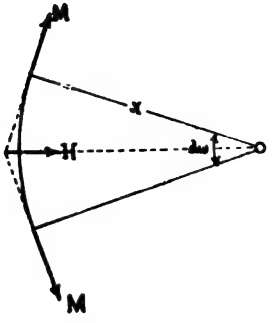
$$P = \sigma_p \,.\, x d\omega$$

$$P + dP = [\sigma_p \,.\, x + d(\sigma_p \,.\, x)]\, d\omega$$

$$G = g \,.\, \delta \,.\, x \, d\omega \, ds.$$

Obje sile M daju horizontalnu rezultantu H, koja je (slika 2.)

Digitized by Google



Slika 2.

$$H = 2M \sin \frac{d\omega}{2} = M\,d\omega$$

ili

$$H = \sigma_m\, ds\, d\omega.$$

Sile H, P, $(P+dP)$ i G, što djeluju na elemenat $ABCD$, leže sada sve u jednoj vertikalnoj ravnini. Zamislimo ih na meridijanski elemenat EE_1 kretnjom oko osi OY prenesene, to će sila P da padne u pravac SE tangente na meridijan u tački E, a sila $(P+dP)$ u pravac E_1S' tangente na meridijan u tački E_1; sila H je horizontalna, a G vertikalna. Luk EE_1 neizmjerno je malen, pa zbog ravnoteže mora da bude zbroj sviju komponenata gornjih sila u pravcu tangente ES jednak nuli, a zbroj sviju komponenata istih sila u pravcu normale ER takođe jednak nuli.

Prvi od ovih uslova ravnoteže izražen je jednačinom:

$$(P+dP)\cos d\varphi - P - H\cos\varphi - G\sin\varphi = 0 \quad \ldots\ 1)$$

a drugi uslov jednačinom:

$$H\sin\varphi + (P+dP)\sin d\varphi - G\cos\varphi = 0, \quad \ldots\ 2)$$

a kako se može da stavi:

$$\cos d\varphi = 1 \quad \sin d\varphi = d\varphi$$
$$dx = \cos\varphi \,.\, ds \quad dy = \sin\varphi \,.\, ds,$$

to iz jednačina 1) i 2), kad u njih stavimo nađene vrijednosti za G, H $(P+dP)$ i zanemarimo neizmjerno malene vrijednosti višega reda, izlaze jednačine:

Digitized by Google

$$x d\sigma_p + (\sigma_p - \sigma_m) dx - g \,.\, \delta \,.\, x \,.\, dy = 0 \quad \ldots\ldots 3)$$

$$\sigma_m \frac{\sin\varphi}{x} + \sigma_p \frac{d\varphi}{ds} - g \,.\, \delta \,.\, \cos\varphi = 0 \quad \ldots\ldots 4)$$

Naš zahtjev glasi, da istezanja σ_m i σ_p budu u svakoj tački jedno drugome jednaka i proporcionalna debljini membrane u toj tački t. j.:

$$\sigma_p = \sigma_m = k \,.\, \delta,$$

gdje k označuje jednu konstantu. S obzirom na ovaj uslov glase jednačine 3) i 4)

$$\frac{d\delta}{\delta} = \frac{g}{k}\, dy \quad \ldots\ldots 5)$$

$$\frac{\sin\varphi}{x} + \frac{d\varphi}{ds} = \frac{g}{k} \cos\varphi \quad \ldots\ldots 6)$$

Iz jednačine 5) izlazi integracijom:

$$\delta = Ce^{\frac{g}{k} y},$$

gdje C označuje integracionu konstantu. Označuje li δ_0 debljinu membrane u polu, to je za $y = 0$ $\delta = \delta_0$, dakle $C = \delta_0$.

Zato je zakon variranja za debljinu membrane izražen jednačinom:

$$\underline{\underline{\delta = \delta_0 e^{\frac{g}{k} y}}} \quad \ldots\ldots 7)$$

Uzmemo li u obzir, da je:

$$\frac{\sin\varphi}{x} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{d\varphi}{ds} = \frac{1}{\rho},$$

gdje n označuje dužinu normale ER, a ρ radij krivine meridijana u tački E, to izlazi iz jednačine 6):

Digitized by Google

$$\frac{1}{\rho} + \frac{1}{n} = \frac{g}{k} \cos\varphi \qquad \ldots\ldots 8)$$

To je tražena jednačina meridijana.

Općenito je svojstvo rotacionih površina, da dužine ρ i n predstavljaju također i glavne radije krivine R_1 i R_2 rotacione površine u tački E. Zato jednačina

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{g}{k} \cos\varphi \qquad \ldots\ldots 9)$$

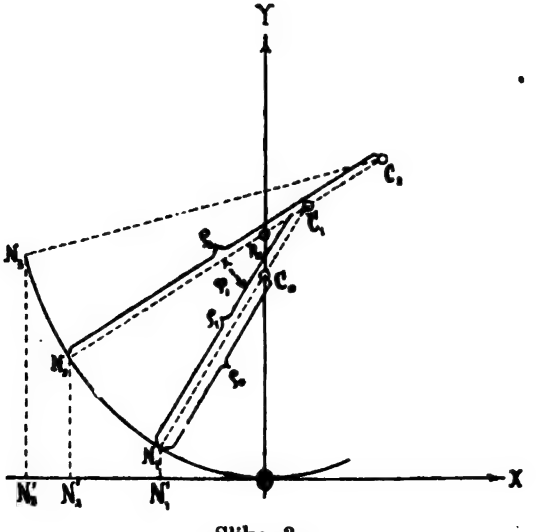
definira potpuno traženu rotacionu površinu.

Iz jednačine 8) izlazi jedna jednostavna konstrukcija meridijanske krivulje, koja se u tome sastoji, da se konstruira niz kružnih lukova, koji se po volji približuje traženoj krivulji.

Ako su dakle veličine g i k zadane, onda je radij krivine u polu poznat i jednak:

$$\rho_0 = 2\,\frac{k}{g} \qquad \ldots\ldots 7),$$

jer je za pol $n = \rho = \rho_0$.



Slika 3.

Digitized by Google

Konstruiramo li s tim radijem $\rho_0 = \overline{OC_0}$ po volji kratki luk ON_1 (sa centralnim kutom φ_1), možemo ga da držimo za elemenat meridijanske krivulje. Za novu tačku N_1 vrijedi odnošaj

$$n_1 = \rho_0 ,$$

te je radij krivine ρ_1 u toj tački definiran jednačinom:

$$\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_0} = \frac{g}{k} \cos\varphi_1 ,$$

s kojim se opet može da opiše po volji kratki luk N_1N_2. Za novu tačku N_2 je

$$n_2 = \overline{N_2R_2} ,$$

te se ponavljanjem predašnjega postupka može da konstruira meridijanska krivulja $ON_1N_2N_3 \ldots$ po volji tačno.

Prijeđimo sada na ispitivanje tehničkog značenja gornjega problema. Već na prvi pogled vidi se, da on ima srodnosti sa problemom lančanice jednakoga otpora[1], pa kao što nam lančanica jednakoga otpora predstavlja u obrnutom položaju svome teoretski najpovoljniji oblik svoda, opterećena svojom vlastitom težinom[2], tako nam površina, što smo je sada ispitali, predstavlja najpovoljniji oblik kupole. Isto tako kao i kod svoda jednakog otpora mora se i ovdje pretpostaviti, da je debljina kupole neizmjerno malena prema radiju krivine[3].

Kupola dakle, koja ima oblik površine predstavljene jednačinom 9) i kojoj debljina varira po zakonu predstavljenim jednačinom 7), bit će, izložena samo utjecaju svoje vlastite težine, u svima tačkama svojima jednako napregnuta. Dade li se takovoj kupoli takova debljina, da konstanta k predstavlja najveće dopušteno naprezanje materijala, od kojega je kupola sagrađena, to će materijal biti u svakoj tački kupole potpuno izrabljen. Tehničke konstrukcije, koje

[1] Vidi: Bobillier et Finck, Solution de deux problèmes de statique. Annales de mathématiques XVII.
Coriolis, Note sur la chaînette d'égale résistance. Liouville 1836.

[2] Vidi: Hagen, Ueber Form und Stärke gewölbter Bogen. Abhandlungen der königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1844.

[3] Vidi: Milankovitch, Theorie der Druckkurven. Zeitsch. für Mathematik u. Physik. Band 55.

Digitized by Google

su tako izvedene, da je u svima dijelovima njihovim materijal, od kojega su sagrađene, jednako i do dopuštene granice napregnut, sa mehaničko-ekonomskog su gledišta najsavršenije, te je poznavanje tih „teoretski najpovoljnijih oblika“ od velike važnosti za tehničke nauke.

Iz jednačine 9) izlazi, da svakomu materijalu specifične težine g, a dopuštenog naprezanja k odgovara samo jedna jedina kupola teoretski najpovoljnijeg oblika; debljina u polu nema utjecaja na oblik kupole. To je sve analogno svojstvima lančanice jednakog otpora.

Iz svojstva lančanice jednakoga otpora, da ima vertikalne asimptote, izlazi, da je njom moguće premostiti samo otvor manji od udaljenja obiju asimptota. To udaljenje zavisno je samo o konstanti $\frac{g}{k}$, te se ne da pojačanjem debljine lanca uvećati; zato se i zove „naravna granica“ te konstrukcije[1].

Pitanje je sada, da li i kupola jednakog otpora ima svoju naravnu granicu, to jest da li njen meridijan ima vertikalnih asimptota.

Kriterij za vertikalnu asimptotu meridijanske krivulje jest, da za $\lim \varphi = \frac{\pi}{2}$ bude $\lim \rho = \infty$, a osim toga da $\lim n$ u tom slučaju ne bude neizmjerno velik.

Iz jednačine 8) izlazi:

$$n = \frac{1}{\frac{g}{k} \cdot \cos\varphi - \frac{1}{\rho}},$$

pa je zato:

$$\lim_{\substack{\rho=\infty \\ \varphi=\frac{\pi}{2}}} n = \frac{1}{0} = \infty,$$

što dokazuje, da meridijan kupole jednakog otpora nema vertikalnih asimptota.

---

[1] Vidi: A. Ritter, Lehrbuch der Ingenieur-Mechanik, Leipzig 1899, strana 363.

Digitized by Google

Kupola jednakog otpora nema kao svod jednakog otpora svoje naravne granice, te je njom moguće presvoditi po volji veliki prostor.

Za pol kupole vrijede odnošaji:

$$\rho = \pi \quad \varphi = 0;$$

zato iz jednačine 9) izlazi, da je naprezanje materijala u polu kupole jednako

$$k = \frac{g}{2}\rho. \quad \ldots . \quad 10)$$

Naprezanje materijala u polu kupole nezavisno je prema tome o debljini kupole, a i o daljem obliku njezinu, jer se gornji elemenat kupole može držati kao kupola za sebe.

Pošto naprezanje k kod pojedinih materijala ne smije da prekorači stalnu granicu, to izlazi zaključak:

Radij krivine meridijana u polu kupole makar kakoga oblika, a sagrađene od materijala, kojega je specifična težina g, a dopušteno naprezanje k, ne može prekoračiti veličinu $\rho_0 = 2\frac{k}{g}$.

Kupolama se iz arhitektonsko-estetskih obzira daje ponajviše oblik kugle; kod njih je dakle ρ konstantan, pa zbog toga, što je kružna kupola mehanički nepovoljnije konstruirana nego kupola jednakog otpora, to radij njen mora da bude manji od vrijednosti $2\frac{k}{g}$.

Kružna kupola ima svoju naravnu granicu, te radij njen mora biti manji od vrijednosti $2\frac{k}{g}$.

Prijeđimo sada na ispitivanje drugoga mehaničkog problema, što smo ga na početku ove radnje postavili, pa zadržimo ista označenja kao i kod ispitivanja prvoga problema. Razlika između oba problema sastoji se u tom, što na elemenat $ABCD$ mjesto njegove vlastite težine G djeluje sada pritisak vode, koji je jednak:

$$W = g(h-y)xd\omega ds,$$

ako je h udaljenost pola od površine vode.

Digitized by Google

Sila G djelovala je vertikalno, dok sila W djeluje okomito na elemenat, pa zato će uslov, da zbroj sviju komponenata sila, što djeluju na elemenat EE' u pravcu tangente ES, bude jednak nuli, sada glasiti:

$$(P+dP)\cos d\varphi - P - H\cos\varphi = 0 \quad \ldots\ 11),$$

a uslov, da zbroj sviju komponenata u pravcu normale ER bude ravan nuli, bit će izražen jednačinom:

$$H\sin\varphi + (P+dP)\sin d\varphi - W = 0 \quad \ldots\ 12).$$

Analogno kao kod prvog problema dobivaju se iz ovih jednačina jednačine:

$$\sigma_p dx + x d\sigma_p = \sigma_m dx \quad \ldots\ 13)$$

$$\frac{\sigma_p}{\rho} + \frac{\sigma_m}{n} = g(h-y) \quad \ldots\ 14).$$

Prema našem zahtjevu treba da je:

$$\sigma_p = \sigma_m = k\delta,$$

pa je stoga s obzirom na jednačinu 13)

$$d\sigma_p = 0$$

ili

$$\sigma_p = \sigma_m = k\delta = \text{konstantno}$$

t. j. normalna istezanja i debljina membrane δ na čitavoj su površini konstantna.

Membrana jednakog otpora, opterećena pritiskom vode, ima svugdje istu debljinu, a oblik joj je određen jednačinom meridijana, koja se dobiva iz jednačine 14) i slijedećih i koja glasi:

$$\frac{1}{\rho} + \frac{1}{n} = \frac{g}{k\delta}(h-y) \quad \ldots\ 15).$$

Prijeđimo na tehničko značenje ovoga problema. Membrana jednakog otpora protiv pritiska vode predstavlja nam također teoretski

Digitized by Google

najpovoljniji oblik reservoira za vodu, jer je u reservoiru takovog oblika materijal u svima tačkama jednako i potpuno izrabljen.

Jednačinu 15) razvio je — kao što je u početku ove radnje spomenuto — Forchheimer, no pođimo sada jedan korak dalje.

Iz razlaganja, što slijede iza jednačine 8), izlazi, da se jednačina 15) može da piše i ovako:

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{g}{k\delta}(h-y) \qquad \ldots . 16).$$

Ova jednačina potpuno je identična s jednačinom meridijana vodene kapi, koja visi na horizontalnoj površini[1], pa se zato naša istraživanja mogu formulirati ovako:

Slobodno viseći reservoir za vodu, koji je tako konstruiran, da mu je kod pritiska od vode materijal u svima tačkama jednako napregnut, ima matematički tačan oblik vodene kapi, koja visi na horizontalnoj površini

Ili:

Vodena kap viseći na horizontalnoj površini zauzima potpuno oblik teoretski najpovoljnije konstruiranoga reservoira za vodu.

Inhaltsangabe.

Das Problem, die Gestalt einer absolut biegsamen, unausdehnbaren Membrane zu bestimmen, welche nach einer Rotationsfläche derart geformt ist, dass sie dem Einflusse ihres Eigengewichtes ausgesetzt, in allen ihren Punkten, sowol in der Meridianrichtung als auch in der Parallelkreisrichtung gleich gespannt erscheint, ergiebt die Lösung, dass die Form einer solchen Membrane durch die Gleichung:

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{g}{k}\cos\varphi$$

---

[1] Vidi n. pr. Mathieu, Théorie de la capillarité. Paris 1883. Str. 134.

Digitized by Google

definiert ist, wo R_1 und R_2 die Hauptkrümmungsradien der Fläche und φ den Neigungswinkel der Meridiantangente gegen die Horizontale bedeutet. g ist das spezifische Gewicht und k die zugelassene Normalspannung des Membranenmateriales. Die Stärke der Membrane ist gegeben durch die Gleichung:

$$\delta = \delta_0 \cdot e^{\frac{g}{k} y},$$

wo δ_0 die Stärke der Membrane im Pole bedeutet.

Die technische Bedeutung dieses mechanischen Problemes ist, dass die soeben angeführten Gleichungen auch die Form einer Kuppelfläche gleichen Widerstandes darstellen, welche sich als die theoretisch günstigste Form dieser Konstruktionsart erweist.

Es wird bewiesen, dass die Meridiankurve dieser Fläche keine vertikalen Asymptoten und somit die Kuppel gleichen Widerstandes keine natürliche Grenze besitzt. Dagegen darf der Krümmungsradius im Pole die Grösse $2\frac{k}{g}$ nicht überschreiten, woraus geschlossen wird, dass die kugelförmigen Kuppeln eine natürliche Grenze haben, welche unter dieser Grösse liegt.

Das analoge mechanische Problem, die Gestalt einer Membrane zu bestimmen, welche dem Druck des in derselben eingeschlossenen Wassers überall den gleichen Widerstand entgegensetzt, ergiebt die Lösung, dass die Form der Membrane definiert ist durch die Gleichung:

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{g}{k\delta}(h-y),$$

wo h die Entfernung des Wasserspiegels vom Pole der Membrane und y den vertikalen Abstand des betrachteten Punktes der Fläche vom Pole bedeutet. Die Stärke δ der Membrane soll in diesem Falle überall konstant sein.

Die technische Bedeutung dieses zweiten Problems ist die, dass die soeben angeführte Gleichung auch die Form eines freistehenden Wasserreservoirs gleichen Widerstandes darstellt, welches die theoretisch günstigste Form seiner Konstruktionsart ist. Nachdem die abgeleitete Gleichung mit der Gleichung eines auf einer horizon-

Digitized by Google

talen Fläche hängenden Wassertropfens identisch ist, so folgen die Schlüsse:

Ein freistehendes Wasserreservoir, welches so geformt ist, dass es der Beanspruchung durch den Wasserdruck überall denselben Widerstand entgegenstellt, hat mathematisch genau die Form eines auf einer horizontalen Fläche hängenden Wassertropfens.

Ein auf einer horizontalen Fläche hängender Wassertropfen hat mathematisch genau die Form des theoretisch am günstigsten konstruierten Wasserreservoires.

Digitized by Google

Флора југоисточне Србије.

Flora Serbiae austro-orientalis.

Примљено у сједници математичко-природословнога разреда Југословенске академије знаности и умјетности дне 3. јула 1908.

Написао члан дописник Луjо Адамовић.

Предговор.

Под југоисточном Србијом разумијевам срезове (котаре): нишавски, бjелопаланачки, лужнички, власотиначки и сврљишки.

Од свих новоослобођених српских крајева споменути срезови имају најбогатију и најразноврснију флору не само с тога, што обухватају у својој територији разне пластичке облике, геогностичке прилике и највише српске планине, него нарочито с тога, што ту наилазимо на велики број оријентално медитеранских биљака, које су ту достигле своју сјеверну а у исто доба и западну границу.

На првом мјесту дакле та изванредна интересантност вегетације, с друге стране пак и околност, да из Панчићева доба знамо из југоисточне Србије само за стотинак биљака (у новије доба порастао је тај број на каквих 180—190 врста) потакла ме је, да се одам проучавању те флоре.

Резултат мојих седамнаестогодишњих студија најбоље ће посвједочити интересантност и важност те флоре. Ја сам у току тих година нашао и проучио у тим крајевима око 1900 разних биљних врста — број, који упоређен са флором нишке околине (1600 врста), шта више и са биљкама цијеле остале Србије (флора кнежевине Србије има скоро 1700 врста) очито нам показује, да је југоисточна Србија у флористичком погледу најбогатија и најважнија.

Digitized by Google

При описивању биљака строго сам се држао Панчићеве терминологије. Свака је врста означена оним именом, које јој по законима приоритета припада.

У овоме раду обратио сам нарочиту пажњу на двије важне чињенице: на локалности и географско распрострањење појединих врста. Локалности су означене тако прецизно, да служе не само флористи него нарочито фитогеографима за даље студије.

У Бечу, 28. маја 1908.

Фитогеографска литература југоисточне Србије.

Адамовић Л., О вегетацији југо-источне Србије. Ниш 1891.

— Beiträge zur Flora von Serbien (Oest. bot. Ztschft. Wien 1892.)

— Новине за флору краљевине Србије (Наставник. Београд 1893.)

— Neue Beiträge zur Flora von Südostserbien (Oest. bot. Z. Wien 1893.)

— Стара Планина (биљно географ. скица) Београд 1895.

— Neue Beiträge zur Flora von Serbien (Allgem. bot. Z. Karlsruhe 1896.)

— Фенолошка посматрања у околици Врање (Београд 1897.)

— Die Vegetationsformationen Ostserbiens (Engler's Bot. Jahrb. 1898)

— Kritische floristische Bemerkungen zur Flora von Serbien (Allg. bot. Z. Karlsruhe 1898.)

— О шумама југо-источне Србије (Београд 1899.)

— Neue Beiträge zur Flora von Serbien (Botan. Zentralbl. 1899.)

— Die mediterranen Elemente der serbischen Flora (Engler's Bot. Jahrb. 1899.)

— Carte forestière serbe (својина српског минист. привреде, израђена за париску изложбу г. 1900. Реферат у Annal. d. Géogr. Paris 1900.)

— О народним називима биљака (Карловци 1900.)

Digitized by Google

— Новине за флору краљевине Србије (Београд 1901.)
— Die Šibljak-Formation (Engler's Bot. Jahrb. 1901.)
— Revisio glumacearum serbicarum (Mag. bot. Lap. 1904.)
— Bericht über die mit Unterstützung der kaiserl. Akad. d. Wiss. unternommene botan. Forschungsreise in den Balkanländern (Wien 1905.)
— Die Entwicklung der Balkanflora seit der Tertiärzeit (Engler's Botan. Jahrb. 1905.)
— Beitrag zur Kenntnis der pflanzengeogr. Stellung und Gliederung der Balkanhalbinsel. (Résult. scient. du Congrès intern. de Bot. Vienne 1905.)
— Zur pflanzengeographischen Karte Serbiens (Petermanns Geogr. Mitteil. Gotha 1906.)
— Beitrag zur Geschichte der Balkanflora (Wien. 1906.)
— Die pflanzengeographische Stellung und Gliederung der Balkanhalbinsel (Denkschr. d. kaiserl. Akad. d. Wissensch. Wien 1907.)
— Die Bedeutung des Vorkommens der Salbei in Serbien (Engler's Botan. Jahrb. 1908.)

Borbás V., A bolgár Flora vonatkozása florájára (Florae hungaricae, serbicae et bulgaricae addenda. Budapest 1893.)
— Hazánk meg a Balkán Hesperisei (Mag. bot. Lap. Budapest 1903.)

Degen A. von, Bemerkungen über einige orientalische Pflanzenarten (Oest. bot. Zeit. Wien 1891—99.)
— Verzeichnis der von Herrn Othmar Reiser gelegentlich seiner Reisen in Serbien in den Jahren 1899. und 1900. gesammelten Pflanzen (Mag. bot. Lap. 1905.)

Formanek E., Beitrag zur Flora von Serbien, Mazedonien und Thessalien (Deut. bot. Monatschr. 1890.)
— Beitrag zur Flora von Serbien und Mazedonien (Brünn 1891.)
— Zweiter Beitrag zur Flora von Serbien und Mazedonien (Brünn 1894.)

Fritsch K., Beiträge zur Flora der Balkanhalbinsel (Wien 1894., 1895.)

Digitized by Google

Илић С., Неколико биљака из врањске околице (Београд 1899.)
— Неколико васкуларних криптогама у округу врањском (Врања 1901.)
— Још неколико биљака из врањске околице (Врања 1901.)
Јуришић Ж., Принове за флору краљевине Србије (Београд 1901.)
Ничић Ђ., Један приложак за флору краљевине Србије (Београд 1892.)
— Грађа за флору околине Врање (Београд 1894.)
Панчић Ј., Додатак флори кнежевине Србије (Београд 1884.)
— Der Kirschlorbeer im Südosten von Serbien (Belgrad 1887.)
Петровић С., Флора околине Ниша (Београд 1882.)
— Додатак флори околине Ниша (Београд 1885.)
— Рамондије у Србији (Београд 1885.)
Reiser O., Bericht über die bot. Ergebnisse meiner naturw. Sammelreise in Serbien in den Jahren 1899. und 1900. (Mag. bot. Lap. 1905.)

Embryophyta siphonogama.

I. Раздио Gymnospermae.

Класа Coniferae L.

Abies DC. (јела)

1. **A. alba** Mill. ♄ (Синоним: *A. pectinata* DC., *Pinus Abies* L.) По Старој Планини: На Белапу, Вртибогу, Трима Чукама, Копрену, Међу оба Врха и Св. Николи од 1500 до 1700 метара висине, саставља са буквом и смрчом предалпинску шуму. Изнад те висине расте као кржљаво дрво до 1800 метара. Цвјета маја, јуна.

Географски ареал: средња и јужна Јевропа и западна Азија.

Picea Endl. (смрча)

2. **P. excelsa** Lnk. ♄ (Синоним *P. vulgaris* Lnk., *Abies Picea* Mill., *Pinus Abies* L.) Ув пређашње дрво по предалпинским шу-

Digitized by Google

мама Старе и Суве Планине до 1850 м.; као осамљено дрво кржљавог раста до 1970 м. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, но не јужније од Пиренеја, сјеверне Италије и Родопе Планине.

Pinus L. (бор)

3. **P. Mughus** Scop. ♄ (Синон. *P. montana* Mill., *P. Pumilio* Haenk.) По најузвишенијим предалпинским шумама Суве Планине, тамо амо раштркан и риједак, а нигдје задружно или у засебним шумарцима; мјестимице се издиже изнад шуме у појединим, осамљеним, кржљавим примјерцима. Приличних задруга овог дрва има на Кому (Стара Планина) у Бугарској. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: планине јужне Њемачке, Аустрије, Швајцарске, сјеверне Италије, Мађарске, Ердеља, Хрватске, Далмације, Црне Горе, Херцеговине, Босне, Бугарске и Влашке.

Juniperus L. (смрека)

4. **J. communis** L. ♄ По кршевима и неприступним стијенама на Басари, Видличу, Столу и другим вишим брдима, нарочито кречњачким, од 1000—1500 метара висине. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Сибир, Хималаја, западна Азија, сјеверна Африка, сјеверна Америка.

5. **J. nana** Willd. ♄ (Синон. *J. sibirica* Burgsd.) Изнад планинске шуме и сувата заставља свуда на Старој и Сувој Планини повеће задруге (формацију кржљавог дрвета). Цвјета маја.

Геогр. ареал: Алпи, Пиренеји, Карпати, сјев. Италија, Балканско полуострво, сјев. Јевропа, Сибир, западна Азија, Хималаја.

II. Раздио **Angiospermae.**

I. Класа Monocotyledoneae.

Фамилија Typhaceae DC.

Typha L. (рогоз)

6. **T. angustifolia** L. ♃ По ритовима и барама Крупачког Блата, по Барју, око Сукова, Љубераждe, Власотинаца и Балта Бериловца, но свуда у малој количини. Цвјета јула.

Геогр. ареал: сјеверо-источна, централна и јужна Јевропа, сјеверна Африка, Мала Азија, сјеверна Америка.

Digitized by Google

7. **T. latifolia** L. 4 Расте покрај јаругâ, опкопâ, по барама, ритовима и језерима цијелог округа*), у великим задругама. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Сибир, Абисинија, сјеверна Америка.

Фамилија **Sparganiaceae** Juss.

Sparganium L. (јежораст)

8. **S. natans** L. 4. По ритовима и барама покрај Тимока ниже Балта Бериловца. Доста ријетка биљка. Цвјета јула.

Геогр. ареал: западна, сјеверна и јужна Јевропа, Сибир, Кавказ, Мала Азија, Персија, Арапска, сјеверна Африка, Крит.

9. **S. simplex** Huds. 4. По барама, у води и на обалама ријекâ и потокâ жупских крајева цијелог округа, но као год и прећашња врста нигдје у већој количини. Цвјета јула.

Геогр. ареал: сјеверна и централна Јевропа, сјеверни дио Балканског полуострва, Јерменска, Кавказ, Сибир, сјеверна Индија.

10. **S. neglectum** Beeby et Sp. 4. Расте по ритовима око Сукова и Обреновца. Цвјета јуна, јула. Нова биљка за флору краљевине.

Разликује се од сродне, обичне јевропске врсте *S. ramosum* L. глатким и свијетлим плодом, који је и при врху и у дршку сужен и затањен.

Геогр. ареал: центр. Јевропа, Далмација, Босна, Херцеговина, Бугарска, Мала Азија и Арабија.

Фамилија **Potamogetonaceae** Juss.

Zannichellia L.

11. **Z. palustris** L. 4. Расте по ритовима, барама и водама у околини Бабушнице и Љубераћде. Цвјета јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Азија и сјеверна Африка.

Potamogeton L. (бобур; таласиње)

12. **P. natans** L. 4. По водама, језерима и барама цијелог округа, мјестимице у великој количини (Крупачко Језеро). Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: цијели свијет (космополитска биљка).

*) Под „цијелим округом“ има се свагдје разумјети читава југоисточна Србија.

Digitized by Google

13. **P. fluitans** Rth. 4. У водама и потоцима у Барју и Крупачком Врелу. Цвјета јула, августа.

Геогр. ареал; цијели свијет.

14. **P. crispus** L. 4. По барама и ведарцима око Љубераждe, Барја и Сукова. Цвјета од јуна до августа.

Геогр. ареал: цијела Јевронa, Мала Азија, Сибир, Јапан, Нова Холандија, сјеверна Америка.

15. **P. pusillus** L. 4. У водама Љубераждe, Нишаве и Темштице. Цвјета јула.

Геогр. ареал: цијела Јевронa, Мала Азија, Арапска, Сибир, Јапан, сјеверна Африка, Абисинија, Канарска острва, Мадера, Америка.

16. **P. pectinatus** L. 4. По жмиравцима и ведарцима Крупачког Блата, по ритовима око Власотинаца. Цвјета јула, августа.

Геогр. ареал: цијели свијет.

17. **P. lucens** L. 4. По млакама, ритовима и уз обале потокâ у Барју, око Балта Бериловца, Темске и Власотинаца. Цвјета јула, августа.

Геогр. ареал: цијела Јевронa, Азија и сјеверна Африка.

Фамилија **Najadaceae** Link.

Najas L.

18. **N. major** L. ☉. По водама и барама у околини Бабушнице, но доста ријетко. Цвјета августа.

Геогр. ареал: скоро цијели свијет.

Фамилија **Juncaginaceae** Rich.

Triglochin L.

19. **T. palustre** L. 4. По барским ливадама и по ритовима у Барју, око Сукова и Обреновца, доста обична биљка. Цвјета јуна и јула.

Геогр. ареал: цијела Јевронa, Мала Азија, Сибир, Арабија, Хина, Тибет, сјеверна Америка.

Digitized by Google

Фамилија **Alismaceae** Juss.

Alisma L. (водена боквица)

20. **A. Plantago** L. ♃. По јендецима, јаругама, потоцима, барама, ритовима, барским ливадама и језерима жупних и брдских крајева цијелог округа. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Мала Азија, Сибир, Индија, Абисинија, сјеверна Америка, Нова Холандија.

Sagittaria L. (кека)

21. **S. sagittifolia** L. ♃. По ритовима и жмиравцима Крупачког Блата и око Власотинаца. Цвјета јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, западна Азија, Сибир, Индија, Хина, Јапан.

Фамилија **Butomaceae** Lindl.

Butomus L. (срчак)

22. **B. umbellatus** L. ♃. По ритовима, барама и језерима жупних крајева цијелог округа. Цвјета јуна.

Геогр. ареал: Јевропа, Мала Азија, Сибир, Индија, Хина.

Фамилија **Gramineae** Juss.

Sorghum Pers. (коштан)

23. **S. halepense** Pers. ♃. (Синон. *Holcus halepensis* L., *Andropogon halepensis* Sibth.) По њивама, виноградима, парловима и утринама свих жупних крајева у округу. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: јужна Јевропа, Мала Азија, Индија, сјеверна Африка.

Примједба. Скоро свуда по жупским крајевима саде по кукурузним њивама метле *(Sorghum vulgare* Pers., *S. cernuum* W. и *S. saccharatum* Pers.), но пошто те биљке — као год ни кукуруз — не расту код нас самоникле, то се не могу уврстити у флору као домаће.

Andropogon L. (ђиповина)

24. **A. Gryllus** L. ♃. (Синон. *Chrysopogon Gryllus* Trin., *Pollinia Gryllus* Spr.) По прљужама, сушним пашњацима и утринама нарочито присојних брежуљака жупних предјела цијелог округа. Цвјета јула, августа.

Digitized by Google

Геогр. ареал: средња и јужна Јевронa, Канарска Острва, Мисир, Афганистан, Индија, Кавказ.

25. **A. Ischaemum** L. 4. (Синон. *A. angustifolium* Sm.) По утринама и сушним каменитим пашњацима свих жупних крајева у великој количини. Цвјета јула.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевронa, Арабија, Мала Азија, Афганистан, Тибет, Сонгарија.

Tragus Hall.

26. **T. muricatus** Moench. ⊙ (Синон. *Tr. racemosus* Dsf., *Cenchrus racemosus* L., *Lappago racemosa* Willd.) По пјесковитим утринама и пријелозима жупних крајева у округу. Цвјета јула, августа.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевронa, Канарска Острва, Мисир, Индија, Афганистан, Кавказ.

Digitaria Hall. (зубача)

27. **D. sanguinalis** Scop. ⊙ (Синон. *Panicum sanguinale* L.) По њивама, баштама, парлозима и уз путове цијелог округа. Цвјета од јула до октобра.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевронa и тропски крајеви.

28. **D. ciliaris** Koel. ⊙ (Синон. *Panicum ciliare* Retz.) Уз прећашњу врсту, нарочито по кукурузним њивама и по баштама. Цвјета од јула до јесени.

Геогр. ареал: исти као и горње врсте.

Cynodon Rich. (зубача)

29. **C. Dactylon** Pers. 4. (Синон. *Paspalum Dactylon* DC., *Dactylon officinale* Vill.) Уз путове, по баштама, њивама и утринама свих жупних крајева у округу. Цвјета од јуна до септембра.

Геогр. ареал: централна и јужна Јевронa и умјерен појас цијелог свијета.

Echinochloa P. B. (велики мухар)

30. **E. crus galli** P. B. ⊙ (Синон. *Panicum crus galli* L.) По кукурузним њивама, уз потоке и јаруге жупских и брдских крајева, врло обичан коров. Цвјета од јула до септембра.

Геогр. ареал: централна и јужна Јевронa, Мала Азија, Арабија, сјев. Индија, сјеверна Африка.

Digitized by Google

Setaria P. B. (мухар)

31. **S. glauca** P. B. ⊙ (Синон. *Panicum glaucum* L.) По њивама, баштама, путовима и необрађеним мјестима цијелог округа; врло досадан коров. Цвјета од јуна до септембра.

Геогр. ареал: цијели свијет (изузевши арктичне крајеве).

32. **S. viridis** P. B. ⊙ (Синон. *Panicum viride* L.) По њивама, баштама и необрађеним мјестима, врло обичан коров. Цвјета од јуна до јесени.

Геогр. ареал: централна и јужна Јевропа, Оријенат, сјеверна Африка, Сибир, Јапан.

33. **S. verticillata** P. B. ⊙ (Синон. *Panicum verticillatum* L.) По баштама, бостанима, кукурузним њивама и необрађеним мјестима. Цвјета од јуна до јесени.

Геогр. ареал: средишња и јужна Јевропа, сјеверна Африка, Абисинија, Оријенат.

Homalocenchrus Poll.

34. **H. oryzoides** Mieg. 4. (Синон. *Oryza clandestina* A. Br., *Larsia oryzoides* Sw.) По ритовима и барама око Сукова, Бабушнице и Власотинаца. Цвјета августа.

Геогр. ареал: умјерен појас цијелога свијета.

Beckmannia Host.

35. **B. eruciformis** Host. 4. (Синон. *Cynosurus erucaeformis* Ait.) По барама и барским ливадама цијелог округа. Цвјета јула, августа.

Геогр. ареал: јужна Италија, Банат, Мађарска, Румуњска, јужна Русија, Балканско полуострво, Мала Азија, Сибир, Јапан, сјеверна Америка.

Anthoxanthum L. (миришљава трава)

36. **A. odoratum** L. 4. По ливадама и пашњацима цијелог округа, од жупских па све до у планинске крајеве. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: Јевропа, Сибир, сјеверна Африка, Мала Азија.

Phleum L. (попино прасе)

37. **Ph. pratense** L. var. **nodosum** L. 4. По ливадама и утринама особито брдских и планинских крајева. На Столу, Старој

Digitized by Google

Планини, Кукли више Росомаче, Видличу и Црном Врху више Доброг дола. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: Јеврона, Сибир, сјеверна Америка, Кавказ, Јерменска.

38. **Ph. alpinum** L. 4. По суватима Мидура, Вражије Главе и Копрена на Старој Планини. Цвјета јула.

Геогр. ареал: Алпи, Карпати, Судети, Балкан, Родопа, Рила, Шара, Копаоник, планине централне Азије, Сибира и Америке.

39. **Ph. serrulatum** Boiss. 4. По камењарима и сушним пашњацима око Пирота; тако на Белави, Седлару, Ћелташу; по кршевима око Власотинаца и уз Љубераждy. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: Италија, Банат, Бугарска, Ердељ, Влашка, Мала Азија.

40. **Ph. Michelii** All. 4. По камењарима Видлича, Кукле и око Понора на Старој Планини. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: централна и јужна Јевронa (нарочито брдски крајеви).

41. **Ph. Boemeri** Wib. 4. (Синон. *Phleum phalaroides* Koel.) По ливадама и пашњацима цијелог округа. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевронa, Мала Азија, сјеверна Африка.

42. **Ph. asperum** Vill. ⊙ (Синон. *Phleum viride* All., *Phl. annuum* M. B.) По сушним странама и утринама жупних крајева цијелог округа. Цвјета априла, маја.

43. **Ph. graecum** Boiss. et Heldr. ⊙ (Синон. *Ph. exaratum* Grsb.) (Исп. Адамовића у Deutsche botan. Zeitschrift 1896.) По сушним странама и виноградима око Власотинаца и у Лужници. Цвјета маја и јуна.

Једногодишња глатка биљка. Сламке су усправљене, лиснате. Лишће је линеарно-ланцетасто, глатко и мекано. Рукавци се свршавају двјема ушкама, које су сушне и чврсте. Цвијеће је на врху сламке у врло дугим класоликим метлицама. Пљеве су дугуљасто-ланцетасте, затањене, завршкасте, ивицом сушне, а по леђима трепљаве. Пљевице су пет пута краће од пљева, овалне су, кусе и имају по пет уздужних нерава.

Димензије: сламке су високе 20—40 цм., лишће дуго 6—9 цм., а широко 3—5 мм., метлица дуга 20—90 мм.

Digitized by Google

Од сродног *Phl. serrulatum* Boiss. разликује се нарочито једногодишњим коријеном, дужим, ширим и меканим лишћем. Код *Phl. serrulatum* Boiss. коријен је дуговјечан, сламке су при дну полегле, лишће кратко, пљоснато и храпаво.

Геогр. ареал: Тракија, Бугарска, Грчка, Крит, Род, Мала Азија.

Alopecurus L. (куница)

44. **A. utriculatus** Pers. ⊙ (Синон. *Phalaris utriculata* L.) По ливадама и привлажним пашњацима. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: јужна и западна Јевропа, Мала Азија, сјеверна Африка.

45. **A. agrestis** L. ⊙ По утринама, сушним странама и прљужама жупних крајева цијелог округа. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: централна и јужна Јевропа, Оријенат, Авганистан, Туркестан, сјеверна Африка.

46. **A. geniculatus** L. ♃. По јаругама, барама и барским ливадама око Сукова, Барја и у Лужници. Цвјета маја и јуна.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Кавказ, Африка, Сибир, сјевер. Америка.

47. **A. fulvus** Sm. ♃. По ритовима, барама и јаругама око Сукова. Цвјета маја и јуна. Обично у друштву прећашње врсте.

Геогр. ареал: цијела Јевропа (изузевши југо-западни дио), Бугарска, Тракија, Мала Азија, Туркестан, Сибир.

48. **A. pratensis** L. ♃. По ливадама и пашњацима нарочито брдских крајева. На Видличу, Кукли и Црном Врху више Доброг Дола. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа.

Crypsis L.

49. **C. alopecuroides** Schrad. ⊙ (Синон. *Crypsis phalaroides* M. B.) По пашњацима, јендецима и уз путове жупних крајева; тако око Сукова, Ипрота, Темске, Бабушнице и Стрелца. Цвјета маја и јуна.

Геогр. ареал: јужна Јевропа, сјеверна Африка, Мала Азија, Сибир.

Sesleria Scop.

50. **S. argentea** Savi. ♃. По пашњацима на Сувој Планини, Ртњу и Басари. Цвјета маја, јуна.

Digitized by Google

50a. **S. Heufleriana** Schur. 4. (Синон. *S. transilvanica* Schur.) По пашњацима и ливадама Старе и Суве Планине. Цвјета јуна, јула.

Дуговјечна биљка; столича се; сламке су јој усправљене и до половине лиснате. Лишће је доста чврсто, глатко, широколинеарно; доље је скоро дуже од сламке. Клас је дугуљаст, цилиндричан, густ, зеленкасте или модрушасте боје. Пљеве су једнаке дужине као и цвјетићи; средња је ос усправљена и допире до половине пљевице.

Димензије: сламке су високе 15—50 цм., лишће 4—5 мм. широко; клас 17—22 мм. дуг, а 7—9 мм. широк; класци 4—5 мм. дуги.

Геогр. ареал: Мађарска, Ердељ, Бугарска.

51. **S. rigida** Heuff. 4. По камењарима и кршевима на Белави, Седлару, Столу, Видличу, Басари и Кукли. Цвјета од марта до маја.

Геогр. ареал: Банат, јужна Мађарска, Ердељ, Србија, Бугарска.

52. **S. coerulans** Triv. 4. (Синон. *S. marginata* Grsb., *S. vaginalis* Boiss. Orph.) По највишим пашњацима и камењарима Старе Планине: на Мицуру, Бабину Зубу, Вражијој Глави, Копрену. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: Србија, Херцеговина, Црна Гора, Албанија, Тесалија, Парнас, Еубеја, Тајгет, Македонија, Бугарска, Тракија, Ердељ, Румунија.

Cynosurus (креслица)

53. **C. cristatus** L. 4. По брдским и планинским ливадама цијелог округа, врло обична биљка. Цвјета од маја до јуна.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Мала Азија.

54. **C. echinatus** L. ⊙ По пашњацима у подгорју Старе Планине; тако око Балта Бериловца, Заскопаца, Брлога. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: јужна Јевропа, сјеверна Африка, Мала Азија, Арабија.

Digitized by Google

Phragmites Trin. (трска)

55. **Ph. communis** Trin. 4. (Синон. *Arundo Phragmites* L.) По ритовима, барама, језерима и водама цијелог округа. Цвјета од јула до септембра.

Геогр. ареал: цијели свијет.

Agrostis (L.) (евењица)

56. **A. verticillata** Vill. 4. (Синон. *A. stolonifera* L., *A. rivularis* Brot.) По ритовима, барама, јендецима и барским ливадама цијелог округа. Цвјета од маја до аргуста.

Геогр. ареал: јужна Јевропа, Арабија, Канарска Острва, Мисир, Персија, Белуџистан, Кавказ, Америка.

57. **A. alba** L. 4. (Синон. *A. stolonifera* L. pro parte; *A. decumbens* Host, *A. flavida* Schur) По барским ливадама и ув потоке свих виших брда у округу. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Азија, сјеверна Африка и сјеверна Америка.

58. **A. vulgaris** With. 4. (*A. capillaris* L. p. p.; *A. dubia* DC.) По ливадама, пашњацима и утринама жупних и брдских крајева цијелог округа. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Кавказ, Јерменска, сјеверна Америка.

59. **A. rupestris** All. 4. (исп. Панчића „Додатак флори кнежев. Србије“ стр. 234.) По суватима и каменитим пашњацима на Бабину Зубу, Мицуру, Вражијој Глави, Трима Чукама и Копрену. Цвјета од јуна до августа.

Геогр. ареал: планине цијеле Јевропе.

60. **A. byzantina** Boiss. 4. Нова за флору краљевине (исп. Форманека l. c. стр. 32.) По планинским ливадама и суватима на Мицуру (Попова Ливада). Цвјета јуна и августа.

Дуговјечна, бусенаста биљка. Ризом се столичи. Лишће је узано-линеарно, равно, покруће. Сламке су нежне, високе. Метлица је линеарно-дугуљаста, врло збивена, а при томе прекинута. Доње су плеве љубичасте, ланцетасте и зашиљене, при врху оштрицаве. Плевице су трећином краће од плевâ.

Сродна је са *A. rupestris* All., од које се разликује ужим и чвршћим лишћем, дужом метлицом, која је испрекидана, нежнијим границама цвасти и формом плевâ.

Геогр. ареал: Византија, Бугарска, Грчка.

Digitized by Google

Apera P. B. (стршац)

61. **A. spica venti** P. B. ⊙ (Синон. *Agrostis spica venti* L.) По њивама, утринама и пашњацима цијелог округа. Цвјета од јуна до августа.

Геогр. ареал: цијела Јевронa, Кавказ.

Calamagrostis Roth. (белешина)

62. **C. epigejos** Roth. 4. (Синон. *Arundo epigejos* L.) По камењарима и шумским кршевима цијелог округа. Цвјета јула.

Геогр. ареал: централна Јевронa, Ердељ, Далмација, Србија, Бугарска, Мала Азија, Авганистан.

63. **C. silvatica** DC. 4. (Синон. *Arundo silvatica* Schrad., *C. arundinacea* Roth.) По шумама брдских и планинских крајева. На Старој Планини, Столу, Седлару, Видличу. Цвјета јула.

Геогр. ареал: средишња и јужна Јевронa, Кавказ.

64. **C. Halleriana** DC. 4. По планинским пашњацима на Старој Планини, између Копрена и Доброг Јутра. Цвјета јула.

Геогр. ареал: централна Јевронa, Бугарска.

Lasiagrostis Link. (виш)

65. **L. calamagrostis** Link. 4. (Синон. *Calamagrostis speciosa* Host, *C. argentea* DC.) По кршевима свих кречњачких брда. На Седлару, Црном Врху, Видличу, Кукли, Столу и др. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: централна и јужна Јевронa.

Stipa (L.) (ковиље)

66. **S. pennata** L. 4. По присојним, каменитим пашњацима жупних и брдских крајева. Цвјета јуна.

Геогр. ареал: централна и јужна Јевронa, Сибир, сјеверна Африка, Мала Азија, Арабија, Персија.

67. **S. Grafiana** Stev. 4. По камењарима и сушним пашњацима жупских и брдских крајева. На Седлару; између Темске и Балта Бериловца. Цвјета јуна и јула.

Геогр. ареал: Јужна Русија, Чешка, Ердељ, Србија, Бугарска, Јерменија.

68. **S. capillata** L. 4. По присојним странама на Белави-Седлару, по брдима у Лужници и око Власотинаца. Цвјета од јула до августа.

Digitized by Google

Геогр. ареал: централна и јужна Јевропа, Кавказ, Персија, Сибир.

Aristella Bert.

69. **A. bromoides** Bert. 4. (Синон. *Stipa Aristella* L.) По каменитим, присојним пашњацима око Балта Бериловца, Темске, Сопота и по другима око Бабушнице. Цвјета јуна.

Геогр. ареал: Пиренејско полуострво, Француска, Италија, Балканско полуострво, Крит, Мала Азија, Арабија, Персија, Кавказ, Сибир и сјеверна Африка.

Piptatherum P. B.

70. **P. paradoxum** S. B. 4. (Синон. *Milium paradoxum* L.) По камењарима и сушним, присојним пашњацима жупских крајева. На Белави, Басари, Столу; око Власотинаца. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: јужна Јевропа, Крим.

Milium (L.) (дивље просо)

71. **M. vernale** M. B. ⊙ По џбуњу и трњацима око Власотинаца. Доста ријетка биљка. Цвјета од априла до маја.

Геогр. ареал: Србија, Бугарска, Румуњска, Грчка, Крит, Крим, Кавказ, Јерменска.

72. **M. confertum** Mill. 4. По планинским шумама Старе Планине: на Копрену, Вртибогу, Слану, око Крвавих Бара и Бате. Цвјета јуна и јула.

Геогр. ареал: планине сјеверне, средишње и југо-источне Јевропе.

73. **M. effusum** L. 4. По брдским и планинским шумама, на Видличу, Столу, по планинама између Црвене Јабуке и Дешчаног Кладенца. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: скоро цијела Јевропа.

Deschampsia P. B.

74. **D. caespitosa** P. B. 4. (Синон. *Aïra caespitosa* L.) По брдским и планинским ливадама, поред потока и утрина око Пирота, Темске, Балта Бериловца, у Лужници и око Власотинаца. Цвјета јуна и јула.

Геогр. ареал: скоро цијела Јевропа (у сјеверној је ријетка), Кавказ, Сибир, Хималаја, сјеверна Америка, Тасманија.

Digitized by Google

75. **D. flexuosa** Trin. 4. (Синон. *Aïra flexuosa* L.) По планинским ливадама и суватима, нарочито између боровницâ *(Vaccinium)* и смреке на Старој Планини. Цвјета јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа (у јужној само по планинама), Мала Азија, Кавказ, сјеверна и антарктична Америка.

Aïra (L.)

76. **A. caryophyllea** L. ⊙ По брежуљцима присојним и каменитим; по сушним пашњацима жупних, брдских и предалпинских крајева. Око Бабушнице, Стрелца, Крњине, Темске, Синьца и др. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: централна и јужна Јевропа, сјеверна Африка, Абисинија, Рат добре наде, Канарска Острва, Кавказ, Америка.

77. **A. capillaris** Host. ⊙ (Синон. *A. elegans* Gaud.) По сушним пашњацима и присојним странама жупних и брдских предјела; доста обична биљчица. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: медитерански крајеви, Мала Азија, Сирија, Кавказ.

Holcus L. (пауља)

78. **H. mollis** L. 4. По шумама предалпинским и алпинских крајева. На Старој Планини и по планинама око Црвене Јабуке. Цвјета од јуна до августа.

Геогр. ареал: скоро цијела Јевропа.

79. **H. lanatus** L. 4. По ливадама и поред потокâ нарочито брдских и планинских крајева. Цвјета од јуна до јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа (изузевши арктичне крајеве), Мала Азија, Кавказ, Сибир, сјеверна Африка и сјеверна Америка.

Arrhenatherum P. B.

80. **A. avenaceum** P. B. 4. (Синон. *Avena elatior* L.) По пашњацима и сушним ливадама брдских и планинских предјела. На Басари, Видличу, Старој Планини. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа (осим поларних крајева).

Avena (L.) (зоб; овас)

Примједба. По њивама особито брдских и предалпинских крајева цијелог округа сије се често овас *(Avena sativa* L.) у већој количини.

Digitized by Google

81. **A. fatua** L. ⊙ (Синон. *A. sterilis* Del.) Између усјева по њивама цијелога округа. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: средишња и јужна Јевронa, Кавказ, Арабија, Мисир, Афганистан, Сибир, Рат добре наде, Америка.

82. **A. pubescens** L. ♃. (Синон. *A. glabra* C. K.) По брдским и предалпинским ливадама. На Басари, Столу, Кукли и у цијелом подгорју Старе Планине. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: сјеверна и централна Јевронa, Подунавље, Кавказ, Мала Азија, Сибир.

83. **A. compressa** Heuff. ♃. По пријелозима, пољима и утринама у Лужници и око Темске. Цвјета од маја до јуна.

Геогр. ареал: Банат, Ердељ, Влашка, Србија, Бугарска.

84. **A. Scheuchzeri** All. ♃. (Синон. *A. versicolor* Vill. Исп. Панчића „Дод. фл. кнеж. Србије" стр. 237.) По суватима на Мицуру, Вражијој Глави, Три Чуке и Копрену. Цвјета јула.

Геогр. ареал: Алпи, Пиренеји, Апенин, Карпати, Витоша, Рила, Кавказ, сјеверно-американске планине.

Trisetum Pers.

85. **Tr. flavescens** P. B. ♃. (Синон. *Avena flavescens* L. Исп. Панчића l. c. стр. 238.) По планинским каменьарима (?) и пашњацима на Вражијој Глави. Цвјета јуна.

Ову биљку, коју сам иначе увијек налазио на ливадама (н. пр. око Врање, Сурдулице и т. д.) Панчић наводи за „каменьаре". Ја је на наведеном мјесту нијесам још нашао.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевронa, сјеверна Африка, Сибир, Јерменска, Мала Азија, Кавказ.

Ventenata Koel.

86. **V. avenacea** Koel. ⊙ (Синон. *Avena tenuis* Moench, *Trisetum tenue* R. Sch.) По присушним ливадама и пашњацима жупних крајева. Око Сукова, Темске, Бабушнице. Цвјета од маја до јуна.

Геогр. ареал: централна и јужна Јевронa, Кавказ, сјеверна Африка.

Koeleria Pers. (рђава трава)

87. **K. cristata** Pers. ♃. По кршевима и каменьарима жупних и брдских крајева око Пирота, Балта Бериловца и Власотинаца. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: централна и јужна Јевронa.

Digitized by Google

88. **K. gracilis** Pers. 4. По каменитим пашњацима и кршевима жупних, присојних страна око Темске, Сопота, Гњилана, Костура. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: централна и јужна Јевронa, Мала Азија.

89. **K. rigidula** Simk. 4. (Синон. *K. transilvanica* Barth., *K. pseudoglauca* Schur.) По камењарима и пашњацима жупних присојних страна око Пирота, Сукова, Бабушнице и Власотинаца. Цвјета маја, јуна.

Дуговјечна, глатка, оштрикава биљка. Доње је лишће сасвим глатко, врло оштро, ивицом сушно и ситно рецкасто. Рукавци су такође глатки, ивицом сушни и ситно рецкасти. Горње је лишће при основи сужено и свршава се са двије ушке. Метлица је врло збивена, гране су јој кратке и густе. Пљеве су и пљевице линеарно-ланцетасте и постепено затањене.

Димензије: цијела је биљка висока 25—35 цм., лишће 8—13 цм. дуго, метлице 3—5 цм. дуге.

Овој су врсти врло сродне *K. cristata* и *K. gracilis*, но разликују се краћим, мекшим и длакавим лишћем, мањом метлицом и нешто ситнијим класцима.

Геогр. ареал: Ердељ, Бугарска, Србија (исп. Адамовића „All. bot. Z." 1896.).

90. **K. montana** Dal. Tor. 4. По суватима и планинским пашњацима на Копрену. Цвјета јула. Нова за флору.

Врло сродна са *K. gracilis*, од које се у главноме разликује нешто бљеђим лишћем, растреситијом и рехавијом метлицом, већим класцима, који су зеленкасто-љубичасто прошарани.

Геогр. ареал: централна и јужна Јевронa.

91. **K. eriostachya** Panč. 4. (Синон. *K. grandiflora* Fl. serb., *K. carniolica* Kern.) Расте по суватима и планинским пашњацима на Мицуру, Копрену. Цвјета јула.

Дуговјечна, бусенаста биљка. Сламке су при основи омотане рукавцима, који су густим, дугим, меканим длакама обрасли. Лишће је уско-линеарно, глатко, а само ивицом ситно трепљаво; доње допире сламки до половине висине, а горње је нешто краће од својих рукаваца. Метлица је класолика, густа, дугуљаста, сва обрасла меканим длакама. Класци су такођер врло длакави.

Димензије: сламке су 40—80 цм. високе; лишће 2—2·5 мм. широко; метлица 9—11 цм. дуга а 1½ цм. широка; класци су 6 мм. дуги.

Digitized by Google

Ову дијагнозу правим на примјерцима, које убрах на класичком мјесту: Копрену.

Од свих наших врста најсроднија је овој *K. cristata*, која се пак битно разликује рукавцима слабо длакавим, лишћем са дугим трепљама, мање збивеном метлицом и скоро нагим (само трепљавим) класцима.

Од *K. grandiflora*, за коју је Панчић погрјешно ову своју биљку прије држао, разликује се нарочито формом метлице, лишћа и рукаваца.

Геогр. ареал: Србија, Херцеговина, Црна Гора, Крањска, Бугарска.

Danthonia DC.

92. **D. decumbens** DC. 4. (Синон. *Triodia decumbens* P. B.) По суватима на Копрену, Вражијој Глави и Мицуру. Цвјета јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа (у јужној само по високим планинама).

93. **D. provincialis** DC. 4. По ливадама и пашњацима у подгорју Старе Планине. Око Балта Бериловца, Завоја. Цвјета од маја до ју.а.

Геогр. ареал: Француска, Италија, Аустрија, Мађарска, Банат, Хрватска, Далмација, Босна, Србија, Македонија, Бугарска, Света Гора.

Melica L. (трепуша)

94. **M. ciliata** L. 4. По пашњацима и камењарима жупних, присојних страна цијелог округа. Цвјета од маја до јуна.

Геогр. ареал: централна и јужна Јевропа.

95. **M. nebrodensis** Parl. 4. (Синон. *M. glauca* F. Sch.) По присојним, камењитим пашњацима у подгорју Старе Планине. Око Балта Бериловца, Рсоваца, Ржане. Цвјета јуна.

Геогр. ареал: централна и јужна Јевропа.

96. **M. nutans** L. 4. У брдским и планинским шумама цијелог округа. Цвјета маја.

Геогр. ареал: сјеверна и централна Јевропа, Србија, Македонија, Бугарска, Кавказ.

97. **M. uniflora** Retz. 4. По зашумљеним крајевима жупних и брдских предјела. На Седлару, око Темске, Бабушнице, Власотинаца. Цвјета од априла до јуна (нар. име: сувипа).

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Транскавкаска, Персија.

Digitized by Google

Diplachne P. B.

98. **D. serotina** Lnk. 4. (Синон. *Festuca serotina* L., *Molinia serotina* M. K.) По присојним, сушним странама жупних и брдских крајева. Око Пирота, Темске, Станичења, Костура, Бабушнице. Цвјета августа, септембра.

Геогр. ареал: централна и јужна Јевропа, Крим, Кавказ, Јерменија.

Dactylis L. (јежевица)

99. **D. glomerata** L. 4. По ливадама, пашњацима, утринама и необрађеним мјестима жупних, брдских и предалпинских крајева цијелог округа. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Сибир, сјеверна Африка.

Vulpia Gm. (вијук р. р.)

100. **V. Myurus** Gm. ⊙ (Синон. *V. pseudo-myurus* Soy.) По пољима, утринама, пашњацима и необрађеним мјестима цијелог округа. Цвјета од априла до јуна.

Геогр. ареал: јужна и средња Јевропа, сјеверна Африка, Абисинија, Мала Азија, Кавказ, Сирија, Персија, Авганистан, Америка, Нова Холандија.

101. **V. ciliata** Guss. ⊙ По пашњацима и камењарима жупних прајева око Власотинаца, Костура, Суводола, Гњилана. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: јужна Јевропа.

Bromus L. (класача)

102. **B. asper** Murr. 4 По окрајцима шума брдских крајева. Око Црвене Јабуке, Стрелца, Сукова, Ржане, Завоја, Темске, Балта Бериловца. Цвјета јуна.

Геогр. ареал: јужна и средња Јевропа, Мала Азија, Сибир, Алтај, сјеверна Африка.

103. **B. inermis** Leyss. 4. (Синон. *Festuca inermis* DC.) По брежуљцима жупним, присојним око Власотинаца, у Лужници и око Пирота. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: сјеверна, средња и југо-источна Јевропа, Кавказ, Сибир.

104. **B. erectus** Huds. 4. По планинским пашњацима око Вражије Главе, Три Чуке, Крвавих Бара, Попове Ливаде. Цвјета јуна, јула.

Digitized by Google

Геогр. ареал: јужна и средња Јевропа, Кавказ, Мала Азија, сјеверна Африка.

105. **B. transsilvanicus** Steud. 4. По каменьарима и сушним пашњацима око Копрена и Понора на Старој Планини. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: Ердељ, Хрватска, Крањска, Тирол, Србија, Бугарска.

106. **B. fibrosus** Hackel. 4. По каменитим пашњацима и брдским ливадама на Басари, Видличу, Кукли, Црном Врху. Цвјета јуна, јула.

Дуговјечна биљка; пушта дуге изданке; рукавци су (под земљом или при самом дну сламке) растрошени у густе мрежасте жилице. Лишће је ободом трепљаво, иначе глатко. Цвјетна је метлица разведена. Класци су маљави и носе 7—9 цвјетића. Пљеве су неједнаке дужине. Пљевице су ланцетасте, при врху су опнасте.

Димензије: сламке су високе 50—100 цм.; лишће 2—3 мм. широко, 6—20 цм. дуго; метлица 8—12 цм. дуга; класци 2·5 цм. дуги.

Од свих сродних врста разликује се дугим изданцима, мрежасто испреплетеним рукавцима и маљавим класцима (исп. Адамовића „О вегетацији југо-ист. Срб.“ стр. 22.)

Геогр. ареал: Ердељ, Банат, Влашка, Бугарска, Свето Брдо, Грчка, Босна.

107. **B. tectorum** L. ⊙ По пашњацима, утринама и необрађеним мјестима жупних и брдских крајева цијелог округа. Цвјета од априла до јуна.

Геогр. ареал: Јевропа, Мала Азнја, сјеверна Африка, Сибир.

108. **B. sterilis** L. ⊙ (Синон. *B. amplus* C. K., *B. jubatus* Ten.) По трњацима, ђубрињу, плотовима и оградама свих жупних крајева у округу. Цвјета маја.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, сјеверна Африка, Мала Азија.

109. **B. squarrosus** L. ⊙ По пашњацима, пријеловима, каменьарима и утринама жупских и брдских страна цијелог округа. Цвјета од априла до јуна.

Геогр. ареал: јужна Јевропа, Подунавље, Мала Азија, Сибир, сјеверна Африка.

Digitized by Google

110. **B. mollis** L. ⊙ По ливадама, пашњацима и утринама жупног и брдског региона цијелог округа. Цвјета од априла до јуна.

Геогр. ареал: Јевропа, Кавказ, Мала Азија, сјеверна Африка.

111. **B. commutatus** Schrad. ⊙ По пријелозима, њивама и пољима око Власотинаца, Бабушнице, Костура. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: јужна и средња Јевропа, Мала Азија, сјеверна Африка.

112. **B. racemosus** L. ⊙ По ливадама, пашњацима и травним мјестима свуда око Власотинаца; у Лужници; око Пирота. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: јужна и средња Јевропа.

113. **B. arvensis** L. ⊙ (Синон. *B. macrocladus* Boiss.) По пријелозима, њивама, ливадама и утринама жупног региона цијелог округа, врло обична биљка. Цвјета од маја до јула.

var. *splendens* Vel. (Fl. bulg. p. 618.) Разликује се од типске врсте веома дугуљастим класцима са 8—10 цвјетића, плевице су дугуљасто-ланцетасте, ивицом свјетлуцаве; плеве су неједнаке величине.

Овај варијетет расте у подгорју Старе Планине, по бујним ливадама око села Црног Врха (исп. Адамовића l. c. стр. 22.)

Геогр. ареал (за типску врсту) средња и јужна Јевропа, Оријенат, Сибир, Урал. За варијетет: Бугарска.

114. **B. patulus** M. K. ⊙ (Синон. *B. badensis* Gm., *B. grossus* DC.) По ливадама и пашњацима жунног региона у околини Бабушнице. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Оријенат, Авганистан.

115. **B. secalinus** L. ⊙ (Синон. *B. velutinus* Schrad., *B. hordaceus* Gm.) По пријелозима и њивама жупних крајева. Око Сукова, Јовановца. Цвјета маја.

Геогр. ареал: Јевропа, Сибир, сјеверна Африка, Транскавкаска, сјеверна Америка.

Festuca L. (типац)

116. **F. ovina** L. ♃. По каменитим пашњацима жупних, брдских и планинских крајева цијелог округа. По камењарима

Digitized by Google

на Мидуру (исп. Панчића „Доп. фл. кнежев. Срб.“ стр. 242.). Цвјета од априла до јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа.

117. **F. duriuscula** L. 4. По брежуљцима и каменьарима у подгорју Старе Планине. Око Завоја, Пајежа, Осмакове, Станьанаца. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: скоро цијела Јевропа.

118. **F. Pančićiana** Hackel. 4. По каменитим пашњацима и кршевима на Копрену. Цвјета јуна и јула.

Дуговјечна, бусенаста биљка. Сламке су крупне и високе (40—50 цм.). Стари, трули рукавци обмотавају густо сламке; млади се рукавци дрвене и маљишави су. Лишће је врло дуго. жљебовито, доста круто. Метлице су растресите. Пљеве су оштрицаве.

Геогр. ареал: Србија (Сува Планина), Босна, Хрватска, Банат, Бугарска.

119. **F. rubra** L. 4. По пашњацима у подгорју Старе Планине. Око Враништа, Осмакове, Шестигабра. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: Јевропа, Сибир, сјеверна Америка.

120. **F. heterophylla** Lam. 4. По ливадама, шумама и уз потоке цијелог округа. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа (изузевши Шпанију и Грчку).

121. **F. elatior** L. 4. По ливадама и привлажним пашњацима жупских и планинских крајева цијелог округа. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: Јевропа, сјеверна Африка, Сибир.

122. **F. arundinacea** Schrb. 4. Поред планинских потока на Копрену, Вртибогу; око Крвавих Бара. Цвјета јула.

Геогр. ареал: јужна и средња Јевропа.

123. **F. gigantea** Vill. 4. (Синон. *F. aristata* C. K.) По зашумљеним крајевима, поред потока и привлажних окрајака шума цијелог округа. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: већи дио Јевропе (фали у Шпанији, јужн. Италији, Грчкој), Хималаја, сјеверна Африка, Кавказ, Мала Азија.

124. **F. spadicea** L. 4. (Синон. *T. aurea* Lam., *F. ferruginea* Rchb.) По планинским пашама на Мидуру (исп. Панчића l. c. стр. 242.) Цвјета јуна, јула.

Digitized by Google

Геогр. ареал: планине средње и јужне Јевропе, сјеверне Африке, Хималаја.

125. **F. montana** M. B. 4 (Синон. *F. silvatica* Host, *F. drymeja* M. K., *F. exaltata* Prsl.) По планинским шумама око Копрена, Крвавих Бара, Понора и Вртопа на Старој Планини. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: Аустрија, Галиција, Мађарска, Банат, Славонија, Хрватска, Ердељ, Србија, Бугарска, Македонија, Тесалија, Византија, Битински Олимп, Кавказ.

126. **F. silvatica** Vill. 4 (Синон. *F. altissima* All., *F. latifolia* Host.) По планинским шумама око Бате и Крвавих Бара под Вражијом Главом, око Слапа, Понора и Вртибога на Старој Планини. Цвјета јуна и јула.

Геогр. ареал: већи дио Јевропе, Мала Азија, Кавказ.

127. **F. varia** Hke. 4 *subspecies: valida* Uechtr. По планинским каменарима и суватима на Бабину Зубу (исп. Панчића l. c. стр. 243), Миџуру, Три Чуке, Копрену и Добром Јутру на Старој Планини. Цвјета јуна, јула.

Ова се подврста карактерише крупним, високим сламкама, које су од 50—100 цм. високе, здуљеном, растреситом метлицом, већим класцима са 7—12 цвјетића, зашиљеним пљевама, завршкастим пљевицама љубичасте боје, а ивицом сушним и жућкастим, и на посљетку врло дугим оштрикавим лишћем.

Геогр. ареал: (за врсту) Алпи и више планине централне и јужне Јевропе. За подврсту: Бугарска, Србија.

128. **F. flavescens** Bell. 4 По пашњацима и камењарима Ракоша у Лужници. Цвјета јуна и јула.

Геогр. ареал: јужна и средишња Јевропа.

129. **F. sulcata** Hack. 4 По каменитим, присојним пашњацима, у подгорју Старе Планине. Око Осмакове, Враништа и др. мјеста. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: централна Јевропа.

Glyceria Brown. (метлушица)

130. **G. spectabilis** M. K. 4 (Синон. *G. aquatica* Wahlnbg.) По барама, ритовима и барским ливадама жупног и брдског региона цијелог округа. Цвјета од маја до августа.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Сибир, Дахурија, сјеверна Америка.

Digitized by Google

131. **G. plicata** Fries. 4 По ритовима и барама топлијих крајева цијелог округа. Цвјета од јуна до августа.

Геогр. ареал: јужна и средња Јевроπа, сјеверна Африка, Америка.

132. **G. fluitans** R. Br. 4 (Синон. *F. fluitans* L.) По јаругама, јендецима, барама и јеверима цијелог округа. Цвјета од јуна до јесени.

Геогр. ареал: цијела Јевроπа, Сибир, Урал.

133. **G. distans** Wahlnbg. 4 (Синон. *Poa distans* L.) По рововима, јаругама, јендецима, барама и ритовима жупних крајева. Око Сукова, у Лужничком срезу поред Љубераже. Цвјета од јуна до августа.

Геогр. ареал: цијела Јевроπа, сјеверна Африка, Сибир.

Catabrosa P. B. (метлушица)

134. **C. aquatica** P. B. 4 (Синон. *Glyceria airoides* Rchb., *Aira aquatica* L., *Poa airoides* Koel.) По барама, ритовима и језерима цијелог округа, но нигдје задружна. Цвјета од јуна до јесени.

Геогр. ареал: цијела Јевроπа, сјеверна Африка, Арабија, Мала Азија, Персија, Сибир, сјеверна Америка.

Briza L. (момине сузе)

135. **B. media** L. 4 По ливадама и по окрајцима шума нарочито брдских и предалпинских крајева цијелог округа. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: јужна и средња Јевроπа, Сибир.

Eragrostis P. B. (пачија трава)

136. **E. pilosa** P. B. ⊙ (Синон. *Poa pilosa* L.) По приjеловима, њивама и баштама жупног и брдског региона цијелог округа. Цвјета од јуна до јесени.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевроπа, Оријенат, Сибир, Индија, сјеверна Африка, Нова Холандија, сјеверна Америка.

137. **E. minor** Host. ⊙ (Синон. *Poa Eragrostis* L., *Eragrostis poaeoides* P. B.) По усјевима и сушним необрађеним мјестима топлих крајева цијелог округа. Цвјета од јуна до јесени.

Геогр. ареал: јужна и средња Јевроπа, Сибир, Авганистан, Индија, Мисир, Арабија, Абисинија.

Digitized by Google

138. **E. major** Host ⊙ (Синон. *Briza Eragrostis* L., *Eragrostis megastachya* Lnk., *Eragr. multiflora* Aschers., *Poa multiflora* Trsk.) По усјевима, њивама и баштама, уз пређашње двије врсте, свуда у округу. Цвјета јула, августа.

Геогр. ареал: јужна и средња Јевропа, Оријенат, Индија, сјеверна Африка, Рат добре наде, Америка.

Sclerochloa P. B.

139. **S. dura** P. B. ⊙ (Синон. *Poa dura* Scop., *Cynosurus durus* L.) Уз путове, по баштама, њивама, пријеловима и утринама цијелог округа, нарочито у жупном региону. Цвјета од априла до јуна.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа.

Poa (L.) (пачија трава)

140. **P. hybrida** Gaud. ♃ (Синон. *P. sudetica v. angustifolia* C. A. M.) По суватима и планинским пашњацима Жаркове Чуке, Тупанара, Вражије Главе, Копрена на Старој Планини. Цвјета јуна и јула.

Геогр. ареал: Норвешка, сјеверна Русија, јужна Француска, Швајцарска, Тирол, Ердељ, Србија (Копаоник), Бугарска.

141. **P. pratensis** L. ♃ По пријеловима, њивама, утринама и пашњацима цијелог округа, од жупских па до у предалпинске крајеве. Цвјета од маја до јуна.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Сибир, сјеверна Америка.

142. **P. trivialis** L. ♃ По ливадама, трњацима и пашњацима цијелог округа. Цвјета од маја до јуна.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Сибир, Јапан, сјеверна Африка.

143. **P. nemoralis** L. ♃ По шумама, потоцима и камењарима цијелог округа, од жупних до планинских крајева. Цвјета од априла до јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Сибир, сјеверна Америка, Хималаја.

144. **P compressa** L. ♃ По брежуљцима и камењарима жупних, присојних крајева. Око Сукова, Јовановца, Крупца, Темске. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Сибир, сјеверна Америка.

Digitized by Google

145. **P. concinna** Gaud. 4 По кршевима предалпинског и планинског региона на Ракошу. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: сјеверна Италија, Крањска, Херцеговина, Црна Гора, Србија, Бугарска.

146. **P. alpina** L. 4 По кршевима предалпинског и алпинског региона на Старој Планини (Мицур, Бабин Зуб, Три Чуке, Копрен), Басаре, Видлича и Ракоша. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: Алпи и високе планине цијеле Јевропе, Тибет, Сибир, арктична Америка.

147. **P. badensis** Hke. 4 По камењарима под Копреном и око Понора на Старој Планини. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: све јевропске планине, Сибир, сјеверна Америка.

148. **P. violacea** Bell. 4 По планинским пашњацима и кршевима на Старој Планини. Око Вртопа, Вражије Главе, Копрена. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: Алпи и планине јужне и средње Јевропе.

149. **P. bulbosa** L. 4 По брежуљцима, пашњацима, утринама и камењарима цијелог округа, од жупних до у предалпинске крајеве. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: Јевропа, Хималаја, Сибир, сјеверна Африка.

150. **P. annua** L. ⊙ ⊛ Уз путове, по пријелозима, баштама, њивама и необрађеним мјестима жупних и брдских крајева цијелог округа. Цвјета од априла до јуна.

Геогр. ареал: цијели свијет. (космополитска биљка.)

Elymus L. (маљеница)

151. **E. europaeus** L. 4 По планинским шумама под Крвавим Барама на Старој Планини. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа (изузевши Шпанију, јужну Италију и Грчку).

152. **E. crinitus** Schreb. ⊙ (Синон. *E. intermedius* MB.) По брежуљцима и камењарима жупних крајева око Крупца, Расниће, Темске. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: Мађарска, Хрватска, Влашка, Србија, Бугарска, Тракија, Крим, Грчка.

Hordeum L. (јечам)

Примједба. Јечам сије се по њивама цијелог округа све до у предалпинске крајеве. Цвјета од маја до јуна.

Digitized by Google

153. **H. secalinum** Schreb. 4 (Синон. *H. pratense* Huds.) По пашњацима и необрађеним мјестима око Сукова, Стрелца, Расницe. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: јужна и средња Јевропа, Оријенат, Сибир, сјеверна Африка, Америка.

154. **H. maritimum** With. ⊙ Уз путове, по пријелозима, утринама и необрађеним мјестима жупског региона цијелог округа; понегдје и задружно. Цвјета од маја до јесени.

Геогр. ареал: поред морске обале цијеле западне и јужне Јевропе, у Подунављу, сјеверној Африци, Оријенту, Америци.

155. **H. murinum** L. ⊙ Уз путове, по њивама, баштама и око кућа цијелог округа, од жупског до брдског региона. Цвјета од априлн до августа.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Оријенат, сјеверна Африка.

156. **H. bulbosum** L. 4 По брдским и предалпинским ливадама и пашњацима. На Видличу, Басари, Ракошу. Цвјета од јуна до јула.

Геогр. ареал: јужна Јевропа, Оријенат, сјеверна Африка.

Secale L. (раж)

Примједба. Раж се сије по њивама цијелог округа, нарочито у брдским и предалпинским крајевима. Цвјета од маја до јула.

157. **S. montanum** Guss. 4 По окрајцима шума и по ћубњу брдског и предалпинског региона. На Ракошу, Видличу; у подгорју Старе Планине. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: Сијера Невада, Сицилија, Калабрија, Грчка, Србија, Бугарска, Мала Азија, Персија.

Aegilops L.

158. **Ae. cylindrica** Host. ⊙ (Синон. *Aeg. caudata* Grsb.) По ливадама и пашњацима жупних крајева цијелог округа. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: Подунавље, Бугарска, Јужна Русија.

159. **Ae. ovata** L. ⊙ По пашњацима и утринама жупског региона око Пирота, Крупца, Темске, Бабушнице. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: јужна Јевропа, Оријенат.

Digitized by Google

160. **Ae. triaristata** Willd. ⊙ По пашњацима уз претходну врсту. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: јужна Јевропа, Оријенат.

Triticum L. (пшеница)

Примједба. По жупним и брдским крајевима сије се више врста пшенице (*Triticum vulgare* L.).

161. **T. caninum** L. ♃ (Синон. *Agropyrum caninum* R. S.) По шумама и виноградима; од жупних до у предалпинске крајеве цијелог округа. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Оријенат, Сибир, сјеверна Америка.

162. **T. repens** L. ♃ (Синон. *Agropyrum repens* P. B.) (нар. име: пиревина) По виноградима, плотовима, трњацима, ђубрињу жупног и брдског региона цијелог округа. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: Јевропа, (цијела) Азија, Америка, сјеверна Африка.

163. **T. intermedium** Host. ♃ (Синон. *Tr. glaucum* Röm. Sch.) По трњацима, плотовима и пашњацима свих жупних крајева у округу. Цвјета маја.

Геогр. ареал: Јужна Јевропа.

164. **T. boeoticum** Boiss. ⊙ По виноградима и плотовима око Станичења и Сопота. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: Грчка, Македонија, Србија.

165. **T. villosum** M. B. ⊙ По пашњацима и присојним странама жупног региона цијелог округа. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: Медитерански крајеви, Оријенат.

166. **T. cristatum** Schreb. ♃ (Синон. *Agropyrum cristatum* Bess.) По кршевима кречних брда до 1800 м. висине. На Белави, Видличу, Ракошу, Столу. Цвјета од маја до јуна.

Геогр. ареал: Јужна Русија, Подунавље, Балканско полуострво (осим Грчке), Оријенат.

Brachypodium P. B. (пасјача)

167. **B. pinnatum** P. B. ♃ По ђубрињу, трњу и шибљу жупних и брдских крајева. На Седлару, Црном Врху код Доброг Дола, Басари, Столу, под Ракошем. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Мала Азија, Сибир, сјеверна Африка.

Digitized by Google

168. **B. silvaticum** R. S. 4 (Синон. *B. gracile* P. B.) По шумама, поред потока и у шибљацима цијелог округа; пење се све до у предалпинске шуме. Цвјета од маја до августа.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Кавказ, Јерменска, Сирија, Ливан, Арабија, Персија, сјеверна Африка.

Lolium L. (врат)

169. **L. temulentum** L. ⊙ Између усјева по њивама цијелог округа, нарочито жупних крајева. Цвјета маја. јуна.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Мала Азија, Сибир, сјеверна Африка.

170. **L. italicum** A. Br. 4 По насипу поред жељезничке пруге око Станичења. Ваљада довучен са земљом или другим материјалом, који се довози са стране. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: Јужна Јевропа.

171. **L. perenne** L. 4 По утринама, њивама, уз путове и на необрађеним мјестима цијелог округа. Цвјета од маја до јесени.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, сјеверна Африка, Мала Азија, Сибир.

Psilurus Trin.

172. **P. nardoides** Trin. ⊙ (Синон. *Nardus aristata* L.) По пашњацима присојних, жупних страна око Власотинаца. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: Медитерански крајеви, Балканско полуострво, Влашка.

Nardus L. (четкица)

173. **N. stricta** L. 4 По суватима и најузвишенијим планинским пашњацима на Бабину Зубу, Мицуру, Вражијој Глави, Трима Чукама, Копрену. Саставља нарочиту задругу. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа (у јужној само по високим планинама), Кавказ, Сибир, Гренланд.

Фамилија Cyperaceae DC.

Carex L. (бара)

174. **C. divisa** Huds. 4 (Синон. *C. schoenoides* Host, *C. rivularis* Schk., *C. incurva* Sm.) По брежуљцима и липадама жуп-

Digitized by Google

ног и брдског региона. Око Власотинаца, Бабушнице, Костура. Цвјета од априла до јуна.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Мала Азија, сјеверна Африка, Хималаја, Сибир, Мадера, Канарска Острва.

175. **C. vulpina** L. 4 (Синон. *C. nemorosa* Rchb.) По барским ливадама цијелог округа, све до у предалпинске крајеве. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Оријенат, Сибир, сјеверна Африка.

176. **C. muricata** L. 4 По пашњацима, између џбуња и у шумама цијелог округа, нарочито брдских крајева. Око Бабушнице, у подгорју Ракоша, Старе Планине. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Оријенат, Сибир, Алтај, сјеверна Африка, сјеверна Америка.

177. **C. Schreberi** Schrk. 4 (Синон. *C. brizoides v. campestris* Ldb.) По трњацима, џбуњу, по каменитим брежуљцима и пашњацима свих жупних крајева у округу. Цвјета од априла до јуна.

Геогр. ареал: средња Јевропа, сјеверна Италија, јужна Русија, Далмација, Босна, Србија, Бугарска, Ердељ, Влашка, Кавказ, Сибир.

178. **C. echinata** Murr. 4 (Синон. *C. stellulata* Good.) По планинским и предалпинским ливадама и млакама. Око Понора, Крвавих Бара, Равног Бучја на Старој Планини. Цвјета јуна и јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Оријенат, Сибир, сјеверна Америка.

179. **C. leporina** L. 4 По пашњацима и ливадама нарочито брдских крајева. Око Пирота, Темске, Осмакове, Завоја, Бабушнице, Власотинаца; под Ракошем. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: средња Јевропа, Италија, Балканско полуострво, Крим, Мала Азија, Персија, Сибир, сјеверна Америка.

180. **C. remota** L. 4 По шумама предалпинским око Равног Бучја, Бате, Белана, Вртопа на Старој Планини; на Ракошу. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: јужна и средња Јевропа, Оријенат, Сибир, Хималаја, сјеверна Африка, арктичка Америка.

181. **C. acuta** L. 4 По барама и ритовима жупног региона. У Барју, око Сукова, у Лужници. Цвјета маја, јуна.

Digitized by Google

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Кавказ, Сибир, Сирија.

182. **C. vulgaris** Fr. 4 По млакама, тресавама и планинским ливадама око Равног Бучја, Понора, Бате (на Старој Планини). Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Сибир, Кавказ, Авганистан, сјеверна Америка.

183. **C. caespitosa** L. 4 По млакама, тресавама и планинским ливадама на Копрену, Трима Чукама, Понору (Стара Планина). Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: сјеверна и средња Јевропа, Ердељ, Србија, Бугарска, Црна Гора, Русија, Кавказ, Персија, Елбрус, Сибир.

184. **C. digitata** L. 4 По шумама и шибљацима брдских и предалпинских крајева. На Басари, Видличу, Ракошу, Столу, по Белану, Вртибогу, Вртопу на Старој Планини. Цвјета од маја до јуна.

var. *bulgarica* Vel. Има збивеније класце; мушки су класци дужи од женских. Расте такођер по Старој Планини у разним прелазним формама.

Геогр. ареал: сјеверна и средња Јевропа до средине Пиренејског и Апенинског полуострва, Србија, Босна, Бугарска, Македонија, Византија, Кавказ, Персија, Сибир.

185. **C. gynobasis** Vill. 4 (Синон. *C. Halleriana* Asso., *C. alpestris* All.) По кречњачким камењарима, на Белави, Столу, Видличу, Ракошу. Цвјета од марта до маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Кавказ, Персија, сјеверна Африка.

186. **C. humilis** Leyss. 4 (Синон. *C. clandestina* Good.) По кршевима и камењарима око Доброг Дола, Раснице, Камика; на Белави, Басари, Видличу. Цвјета од марта до маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Кавказ, Алтај, Сибир.

187. **C. praecox** Jcq. 4 (Синон. *C. verna* Chx.) По брежуљцима, пашњацима и утринама цијелог округа. Пење се све до у планинске крајеве. Цвјета од маја до јуна.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Оријенат, јужна Азија, сјеверна Америка.

188. **C. montana** L. 4 По пашњацима брдског региона око Власотинаца. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: сјеверна и средња Јевропа до сјев. Италије, Босне, Србије, Бугарске; Кавказ.

Digitized by Google

189. **C. tomentosa** L. 4 (Синон. *C. sphaerocarpa* Schr., *C. cacsia* Grsb.). По пашњацима, сушним ливадама и утринама око Станичења, Сопота, Раснице. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: средња Јевропа, Италија (сјеверна), Крим, Босна, Херцеговина, Србија, Бугарска, Македонија, Ердељ.

190. **C. panicea** L. 4 По ливадама око Сукова, Раснице, Костура, рјеђе у брдским крајевима. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Мала Азија, Персија, Сибир. сјеверна Америка.

191. **C. pallescens** L. 4 По планинским ливадама и шумама на Старој Планини (Бата, Белан, Вртибог) и Ракошу. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Кавказ, Персија, Сибир, сјеверна Америка.

192. **C. atrata** L. 4 *(C. aterrima* Hpe.) По кршевима, каменарима и најузвишенијим пашњацима на Мидуру. Вражијој Глави Трима Чукама, Копрену. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, сјеверна Африка, Сирија, Кавказ, Јерменија.

193. **C. riparia** Curt. 4 По барама и ритовима цијелог округа. Пење се и у брдске крајеве. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, сјеверна Африка, Сирија, Кавказ, Јерменија.

194. **C. paludosa** Good. 4 По барама, млакама и ритовима нарочито жупних крајева. Око Сукова, Јовановца, Крупца. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Мала Азија, Кавказ, Сибир, Хималаја, сјеверна Африка, сјеверна Америка.

195. **C. nutans** Host. 4 (Синон. *C. melanostachya* М. В.) По влажним и барским ливадама жупног региона, рјеђе брдских крајева. Цвјета маја.

Геогр. ареал: средња Јевропа, сјеверна Италија, Ердељ, Влашка, Јужна Русија, Босна, Србија, Бугарска, Кавказ, Јерменска, Персија, Авганистан, Сибир.

196. **C. ampullacea** Good. 4 По млакама и тресавама око Крвавих Бара, Понора и Равног Бучја на Старој Планини. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Кавказ, Јерменска, Алтај, Сибир.

Digitized by Google

197. **C. hirta** L. 4 По камењарима, утринама и уз путове жупног и брдског региона цијелог округа. Врло обична биљка. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Кавказ, Афганистан, Сибир, сјеверна Африка.

198. **C. hordeistichos** Vill. 4 (Синон. *C. hordeiformis* Whlnbg.) По привлажним брдским и предалпинским пашњацима, утринама и прљужама. Око Равног Бучја на Старој Планини; на Ракошу и по брдима између Црвене Јабуке и Дешчаног Кладенца. Цвјета маја, јуна.

199. **C. distans** L. 4 По влажним и барским ливадама жупних и брдских крајева. Око Осмакове, Враништа, Завоја, Лукање, Копривнице. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Кипар, Палестина, Сирија, Арабија, Кавказ, сјеверна Африка.

200. **C. silvatica** Huds. 4 (Синон. *C. drymeja* Ehrh.) По шумама предалпинских крајева. На Ракошу; око Сивићевог Падишта и Луде Заноге на Старој Планини. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Кавказ, Персија, Сибир, Амур.

201. **C. flava** L. 4 По планинским пашњацима и ливадама око Козије Грбине и Жаркове Чуке на Старој Планини. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа.

202. **C. Michelii** Host. 4 (Синон. *C. rostrata* Hpe.) По џбуњу, окрајцима шума и поред потока жупних, брдских и предалпинских крајева. На Ракошу; око Црвене Јабуке; под Беланом на Старој Планини. Цвјета од априла до јуна.

Геогр. ареал: централна и југо-источна Јевропа, Кавказ, источни Сибир, Јапан.

203. **C. sempervirens** Vill. 4 (Синон. *C. ferruginea* Schk.) По планинским каменитим пашњацима и кршевима. На Мицуру, Вражијој Глави, Мартиновој Чуки, Копрену, Жарковој Чуки (на Старој Планини); на Ракошу. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа.

204. **C. laevis** Kit. 4 По суватима и планинским пашњацима на Вражијој Глави, око Три кладенца, Копрена и Доброг Јутра на Старој Планини. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: Далмација, Херцеговина, Босна, Црна Гора, Хрватска, Стара Србија, Албанија, Србија, Бугарска.

Digitized by Google

Eriophorum L. (памучина)

205. **E. angustifolium** Roth. 4 (Синон. *E. polystachyum* L.) По влажним планинским ливадама, млакама, тресавама и ритовима око Равног Бучја, Балвана, под Мидуром, Копреном (на Старој Планини). Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: сјеверна и средња Јеврона до сјеверне Италије, Србије, Бугарске; Кавказ, Битински Олимп, Сибир, сјеверна Америка.

206. **E. latifolium** Hpe. 4 По млакама, јеверима и ритовима брдских и предалпинских крајева цијелог округа. На Басари, Старој Планини, Ракошу; око Балта Бериловца, Црвене Јабуке. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал средња и сјеверна Јеврона, Кавказ, сјеверна Америка, Сибир.

Scirpus L. (вежљика)

207. **S. lacustris** L. 4 По ритовима и језерима. У Крупачком Блашу, Барју, око Бабушнице и Власотинаца. Цвјета од јуна до августа.

Геогр. ареал: средња и јужна Јеврона, Мала Азија, Нова Холандија.

208. **S. silvaticus** L. 4 По брдским, предалпинским и планинским млакама, ритовима, потоцима и влажним шумама. Око Равног Бучја, Балвана, Крвавих Бара и Копрена на Старој Планини; под Ракошем; око Црвене Јабуке, Стрелца. Цвјета од јуна до јесени.

Геогр. ареал: сјеверна и средња Јеврона, Балканско полуострво (осим Грчке), Мала Азија, Сибир, сјеверна Америка.

209. **S. maritimus** L. 4 По ритовима, барама и језерима свих жупних и брдских крајева у округу. Цвјета од јуна до јесени.

Геогр. ареал: цијели свијет (космополитска биљка).

210. **S. Holoschoenus** L. 4 По барама, ритовима, јаругама и јендецима жупног региона свуда у округу. Цвјета јула, августа.

Геогр. ареал: средња и јужна Јеврона, Мала Азија, сјеверна Африка, Канарска Острва, Сибир.

211. **S. compressus** Pers. 4 (Синон. *Blysmus compressus* Panz.) По барама, ритовима и поред потока брдских и предалпинских

Digitized by Google

крајева. На Старој Планини код Понора, Равног Бучја. Цвјета јула, августа.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Мала Азија, Хималаја, Сибир.

Heleocharis R. Br.

212. **H. palustris** R. Br. 4 (Синон. *Scirpus palustris* L.) По барама, ритовима, језерима и млакама цијелог округа. Пење се до у предалпински регион. Цвјета од априла до јуна.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Мала Азија, Персија, Авганистан, Индија, Сибир, сјеверна Африка.

Cyperus L.

213. **C. flavescens** L. ⊙ По пјесковитим ријечним обалама, поред језерâ и ритова цијелог округа, нарочито у жупним крајевима. Цвјета јула.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Мала Азија, Авганистан, Индија, Сибир, сјеверна Африка, Нова Холандија, Америка.

214. **C. fuscus** L. ⊙ (Синон. *C. protractus* Del.) Поред ријека и ритова жупног региона, око Власотинаца, Барја и Крупачког Блата близу Пирота. Цвјета јула, августа.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Африка (сјеверна), Сибир, Авганистан, Кавказ.

215. **C. glaber** L. ⊙ По ритовима и барама око Сукова, Бабушнице, Власотинаца. Цвјета јуна, августа.

Геогр. ареал: Италија, Сицилија, Далмација, Подунавље, Србија, Бугарска, Грчка, Мала Азија, тропска Африка.

216. **C. glomeratus** L. ⊙ (Синон. *C. australis* Schr.) По ритовима и језерима око Сукова, Крупца, Бабушнице. Цвјета од јуна до јесени.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Мала Азија, сјеверна Африка.

Фамилија Araceae Juss.

Arum (L.) (козалац)

217. **A. maculatum** L. 4 (Синон. *A. Heldreichii* Orph.) По шибљацима, џбуњу, шумама и јендецима цијелог округа, нарочито у жупним крајевима. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа.

Digitized by Google

218. **A. italicum** Mill. 4 (Синон. *A. ponticum* Schott., *A. byzantinum* Schott.) По њуњу и поред путова у жупном региону цијелог округа. Око Бабушнице, Пирота. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: јужна Јевропа, сјеверна Африка, Оријенат.

Acorus L. (иђирот)

219. **A. Calamus** L. 4 По барама, ритовима и језерима, нарочито жупног региона. У Крупачком Блату, око Сукова, Бабушнице. Цвјета јула, августа.

Геогр. ареал: скоро цијела Јевропа, Мала Азија, сјеверна Африка.

Фамилија Lemnaceae Dmrt.

Lemna L. (сочивица)

220. **L. minor** L. 4 По барама, језерима, млакама и водама, које не отјечу. Око Сукова, Крупца, Пирота, Власотинаца, у Лужници. Цвјета од априла до јуна.

Геогр. ареал: цијели свијет.

221. **L. trisulca** L. 4 По јендецима, ритовима, млакама и барама. Око Крупца, Пирота, Темске, Бабушнице. Цвјета од априла до јуна.

Геогр. ареал: цијели свијет.

222. **L. polyrrhiza** L. 4 По водама, које слабо отјечу. Око Пирота, Бабушнице, Власотинаца. Цвјета од априла до јуна.

Геогр. ареал: цијели свијет.

Фамилија Juncaceae Fr.

Juncus (жуква, зуква)

223. **J. effusus** L. 4 По барским ливадама брдског региона и по жупним барама и јаругама цијелог округа. Цвјета од јуна до августа.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Мала Азија, Сибир, Јапан, Индија, сјеверна Америка, Нова Холандија.

224. **J. conglomeratus** L. 4 У друштву прећашње врсте по истим мјестима. Цвјета од јуна до јесени.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Мала Азија, Сибир, сјеверна Америка, Нова Холандија.

Digitized by Google

225. **J. glaucus** Ehrh. 4 По јендецима, барама и уз потоке жупног и брдског региона цијелог округа. Цвјета од јуна до августа.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевронa, Мала Азија, Сибир, сјеверна Африка, Мадера.

226. **J. trifidus** L. 4 По планинским кршевима на Вражијој Глави, Три Чуке, Копрену. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: Алпи и високе планине цијеле Јевронe, Сибир, Гренланд, сјеверна Америка.

227. **J. compressus** Jcq. 4 (Синон. *J. bulbosus* L.) По барама и поред водâ цијелог округа. Цвјета од јуна до јесени.

Геогр. ареал: сјеверна и средња Јевронa, Кавказ, Сибир.

228. **J. lamprocarpus** Ehrh. 4 (Синон. *J. aquaticus* Rth., *J. pratensis* Hppe.) По барским ливадама и барама цијелог округа. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: цијела Јевронa, Оријенат, Сибир, сјеверна Африка, сјеверна Америка.

229. **J. silvaticus** Rchb. 4 (Синон. *J. acutiflorus* Ehrh.) По млакама и ритовима око Понора, Крвавих Бара и Копрена на Старој Планини. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: сјеверна и средња Јевронa до Србије и Бугарске, Влашке. Кавказ, Сибир.

230. **J. atratus** Krock. 4 (Синон. *J. acutiflorus* Grsb.) По барским ливадама нарочито брдских крајева. Око Осмакове, Балта Бериловца, Сукова, Стрелца, Раснице, Костура. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: Прусија, Шлеска, Саксонска, Чешка, Аустрија, Мађарска, Галиција, средња и јужна Русија, Ердељ, сјеверна Италија, Србија, Бугарска, Румунија, Транскавкаска.

231. **J. alpigenus** C. Koch. 4 (Синон. *J. melanocephalus* Boiss-Kotschy.) По млакама планинским око Три Кладенца и Копрена на Старој Планини. Цвјета јуна, јула. Нов за флору краљевине.

Сродан је са *J. Rochelianus* R. Schlt. *(J. striatus* Grsb.), за који се у флори кнежев. Србије (стр. 697.) налази једна примједба, да расте на Копаонику; но ова принова наше флоре разликује се од поменуте биљке са Копаоника њежнијим растом (30—45 цм.), цвашћу врло збивеном и густо-главичастом, перигоном црнкасто-црвеним и глатком црнкасто-црвеном чахуром.

Digitized by Google

Геогр. ареал: Мала Азија, Јерменска, Кавказ, Грчка, Македонија, Бугарска.

232. **J. buffonius** L. ⊙ По барским ливадама, јендецима, прљужама око ријека цијелог округа, од низије до у брда. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: цијели свијет (космопол. биљка).

Luzula DC. (мислиница)

233. **L. Forsteri** DC. ♃ По шумама брдског региона, а и по шибљацима у низији. Око Доброг Дола, Градашнице, Крупца, Темске, Осмакове, Бабушнице, Власотинаца. Цвјета од марта до јуна.

Геогр. ареал: Пиренејско полуострво, Енглеска, средња Јевропа, Италија, Балканско полуострво, Крим Оријенат, сјеверна Африка.

234. **L. maxima** DC. ♃ (Синон. *L. silvatica* Gaud.) По шумама брдског и предалпинског региона. На Басари, Видличу, Столу, Ракошу; на Козијој Брдини, Бати, Вражијој Глави, Трима Чукама, Крвавим Барама и Копрену на Старој Планини и по другим планинама у округу. Цвјета маја. јуна.

Геогр. ареал: цијела Јевропа (планине), Оријенат.

235. **L. albida** DC. ♃ (Синон. *L. nemorosa* C. A. M.) По шумама, џбуњу и шибљацима брдских крајева цијелог округа. Цвјета од априла до јуна.

Геогр. ареал: јужна Скандинавија, Данска, средња Јевропа, сјеверна Италија, Мађарска, Славонија, Банат, Босна, Далмација, Србија, Бугарска, Влашка.

236. **L. rubella** Hppe. ♃ По шумама и планинским потоцима на Старој Планини: Око Бате, Крвавих Бара, Копрена. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: планине средње Јевропе.

237. **L. pilosa** Willd. ♃ (Синон. *L. vernalis* DC.) По шумама брдског региона у подгорју Ракоша. Цвјета од априла до јуна.

Геогр. ареал: сјеверна и средња Јевропа, Балканско полуострво (не јужније од Црне Горе и Бугарске), сјеверна Америка.

238. **L. multiflora** Lej. ♃ (Синон. *L. erecta* Dsv.) По шумама и пашњацима брдског региона. На Ракошу, око Власотинаца, у подгорју Старе Планине. Цвјета од априла до јуна.

Digitized by Google

Геогр. ареал: скоро цијела Јевропа, Мала Азија, Сибир, сјеверна Америка, Нова Холанднја.

239. **L. campestris** DC. 4 По ливадама и пашњацима цијелог округа од низије до брда. Цвјета од марта до јуна.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Сибир, Транскавкаска, централна Азија.

240. **L. congesta** Lej. 4 По планинским пашњацима и суватима на Вражијој Глави, Мартиновој Чуци, Копрену. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: Алпи и планине средње Јевропе, Србија, Бугарска, Јерменска, Кавказ.

241. **L. spicata** DC. 4 По планинским кршевима најузвишенијих висова Старе Планине. На Бабину Зубу, Мицуру, Мартиновој Чуци, Вражијој Глави, Три Чуке, Копрену. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: планине цијеле Јевропе; Јерменска, Кавказ, Хималаја, Гренланд, сјеверна Америка.

Фамилија **Liliaceae** DC.

Lilium L. (Крин; Петров крст)

242. **L. Martagon** L. 4 По шумама и ћубуњу шумског региона. На Видличу, Столу, Ракошу, Седлару, Старој Планини. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Транскавкаска, Сибир, Јапан.

243. **L. Cataniae** Vis. 4 По шумама предалпинског региона на Ракошу. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: Далмација, Босна, Херцеговина, Црна Гора.

244. **L. carniolicum** Bernh. 4 По шумама на Ракошу у предалпинском региону. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: Крањска, Истра, Далмација, Босна, Херцеговина, Хрватска, Штајерска.

245. **Lilium Jankae** A. Kern. 4 (исп. Адамовића „О вегет. југо-ист. Срб.“ стр. 22.) По предалпинским ливадама на Басару, Видличу и Старој Планини (Бабин Зуб, Сивићево Падиште, Попова Ливада, Црвени Брег, Понор). Цвјета јуна.

Дуговјечна биљка. Чено је жућкасто. Стабљика је сва обрасла честим лишћем, а при врху носи 1—3 цвијета. Лишће је дугуљасто-ланцетасто, усправљено, збивено. Цвијет је на

Digitized by Google

краткој дршци. Перигон је осредње величине, жуте боје, споља при основи црнкастим пругама изривен. Прашнице су црвене. Чахура овална.

Геогр. ареал: Банат, Ердељ, Мађарска, Србија, Стара Србија, Бугарска.

Asphodelus L. (чапљан)

246. **A. albus** Willd. 4 Расте по присојним странама више Топлог Дола, уз Криву и око Попове Ливаде под Старом Планином (исп. Панчића Дод. флор. кнежев. Срб. стр. 226.). Цвјета јуна.

Геогр. ареал: Шпањолска, Француска, Корсика, јужна Швајцарска, Италија, Истра, Хрватска, Далмација, Црна Гора, Херцеговина, Босна, Србија, Македонија, Бугарска.

Примједба. Сва је прилика, да ће и која *Asphodeline*, којих има у околини Ниша, моћи да се нађе и по пиротским кршевима. Ја до сад нијесам те биљке нигдје спазио, но мислим, да ће их бити извјесно у подручју Ракоша. Исто тако знам и за једну *Tritillaria*, да расте око Камика у Лужници, јер сам добио од једног ученика један примјерак са плодом, но поред свега труда, што уложих, нијесам могао да нађем ту биљку нигдје у наведеној околини, премда сам је три пута (маја 1891., јуна 1896. и августа 1898. г.) обишао.

Anthericum L.

247. **A. ramosum** L. 4 (Синон. *Phalangium ramosum* Lam.) По кршевима и каменьарима жупних и брдских крајева. На Белави, Басари, Столу, Кукли; око Власотинаца. Цвјета јуна.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевроп а, Крим, Кавказ.

248. **A. Liliago** L. 4 По пашњацима, виноградима и трња цима око Власотинаца, Темске, Сопота. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Мала Азија.

Erythronium L. (кривдеда)

249. **E. dens canis** L. 4 По шибљацима и шумарцима жупног региона цијелог округа. Цвјета марта, априла.

Геогр. ареал: јужна Јевропа, Ердељ, Мађарска, Штајерска, Чешка.

Digitized by Google

Gagea Slsb. (жуто тичије млијеко)

250. **G. arvensis** Dmrt. 4 По брежуљцима и виноградима жупног региона цијелог округа. Цвјета марта, априла.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Оријенат, сјеверна Африка.

251. **G. lutea** Ker. Schult. 4 По плотовима и оградама, по виноградима, пашњацима и утринама цијелог жупног региона у округу. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа (изузевши Грчку и јужну Италију), Кавказ, Сибир.

252. **G. pusilla** Schlt. 4 По брежуљцима и сушним пашњацима жупних крајева. Око Крупца, Извора, Сопота, Темске, Раснице, Бабушнице, Власотинаца, Балта-Бериловца. Цвјета од марта до маја.

Геогр. ареал: Моравска, Аустрија, Мађарска, Влашка, сјеверни дио Балканског полуострва, јужна Русија, Кавказ, Персија, Алтај, Туркестан, Сибир.

253. **G. stenopetala** Rchb. 4 (Синон. *G. pratensis* Schult.) По утринама, сушним пашњацима и жупним брдашцима око Пирота, Бабушнице, Власотинаца. Цвјета марта, априла.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа.

Ornithogalum (L.) (тичије млијеко)

254. **O. narbonense** L. 4 (Синон. *O. lacteum* Vill.) По џбуњу, плотовима, виноградима и усјевима жупних предјела око Пирота, у Лужници и око Власотинаца. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: јужна Јевропа, сјеверна Африка, Оријенат.

255. **O. pyrenaicum** L. 4 (Синон. *O. sulphureum* W. K.) По брежуљцима, виноградима и сушним пашњацима цијелог округа. Пење се до у брдски регион. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа и Оријенат.

256. **O. montanum** Cyr. 4 (Синон. *O. atticum* Boiss. Orph., *O. cuspidatum* Grsb., *O. nissanum* Petrov.) По сушним, жупним, присојним пашњацима око Сопота, Гњилана и Суводола. Цвјета марта, априла.

Биљка, коју је др. Петровић (Фл. окол. Ниша стр. 799.) описао као нову врсту, потпуно се слаже и сударa са талијанским примјерцима и описом *O. montanum*-а. О томе сам се потпуно увјерио испоредивши Петровићеве оригиналне при-

Digitized by Google

мјерке са талијанском биљком. Ово је у осталом врло полиморфна биљка, те није ни чуда, што је пок. Петровић држао за различиту, нову врсту. Први је истакнуо, да је *O. nissanum* синоним са *O. montanum* у „Флори бугарској" др. Веленовски (стр. 550).

Геогр. ареал: јужна Италија, Сицилија, Србија, Бугарска, Грчка, Оријенат.

257. **O. comosum** L. 4 По виноградима и плотовима жупног региона. Око Власотинаца, Раснице. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: Аустрија, Моравска, Мађарска, Ердељ, Хрватска, Истра, Далмација, Србија, Македонија, Грчка.

258. **O. refractum** Kit. 4 По утринама, пријеловима и виноградима у нивији и брежуљцима око Пирота, Темске, Бабушнице. Цвјета марта, априла.

Геогр. ареал: Подунавље, Кавказ.

259. **O. nanum** Sibth. 4 По брежуљцима око Расцице и Камика. Цвјета фебруара, марта.

Геогр. ареал: Грчка, Тракија, Србија, Бугарска, Јерменска.

260. **O. collinum** Guss. 4 (Синон. *O. Kochii* Parl., *O. tenuifolium* Rchb., *O. collinum* Koch.) По пашњацима, џбуњу, каменьарима и сушним ливадама цијелог округа, од нивија и жупних крајева па све до у алпински регион. На Басари, Кукли, у подгорју Ракоша, Старе Планине. Цвјета од марта до јуна.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевроп а.

261. **O. umbellatum** L. 4 По пријеловима, њивама и пашњацима цијелог округа, нарочито у жупном региону, но пење се до у предалпинске крајеве. Цвјета од марта до маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевроп а.

Scilla L. (процијепак; никсица)

262. **S. bifolia** L. 4 По трњацима, пашњацима, плотовима и шумама цијелог округа, од жупних до предалпинских предјела. Цвјета од марта до јуна.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевроп а, Оријенат.

263. **S. amoena** L. 4 По џбуњу око Камика са прећашњом врстом, но ријетка. Често се вија по баштама око Пирота, гдје је из околице пресађена. Цвјета од марта до маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевроп а.

264. **S. autumnalis** L. 4 По каменьарима, утринама и брежуљцима жупних и брдских крајева. Цвјета септембра, октобра.

Digitized by Google

Геогр. ареал: западна Енглеска и Француска, јужна Јевропа, Мала Азија.

Hyacinthella Schur. (дивљи зумбул)

265. **H. leucophaea** Stev. 4 (Синон. *Bellevalia pallens* Vis., *Hyacinthus pallens* R. S., *Botryanthus stereophyllus* Herb.) По кречњачким каменитим пашњацима и кршевима жупног и брдског региона. На Белави, Црном Врху и око Брадашнице, Басаре, Видлича, Камика. Цвјета од марта до маја.

Геогр. ареал: јужна Русија, Влашка, Ердељ, Србија, Бугарска.

Muscari Tourn. (кукавичица; преслица)

266. **M. tenuiflorum** Tsch. 4 (Синон. *M. tubiflorum* Stev.) По пријеловима, утринама и њивама око Пирота, Бабушнице. Цвјета крајем априла и маја.

Геогр. ареал: Њемачка, Чешка, Аустрија, Мађарска, Банат, Ердељ, Србија, Бугарска, Епир, Крим, Битинија.

267. **M. comosum** Mill. 4 (Синон. *Leopoldia comosa* Parl.) По пашњацима, ливадама и брежуљцима цијелог округа, све до у предалпинске крајеве. Цвјета маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, сјеверна Африка, Оријенат.

268. **M. racemosum** Mill. 4 (Синон. *Hyacinthus racemosus* L.) По пријеловима, њивама, пашњацима и утринама цијелог округа до брдског региона. Цвјета марта, априла.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Оријенат, сјеверна Африка.

269. **M. neglectum** Guss. 4 По брежуљцима, утринама и пријеловима свих жупних крајева и округу. Цвјета од марта до маја.

Геогр. ареал: Италија, Француска, Швајцарска, јужна Њемачка, Аустрија, Далмација, Грчка, Србија, Бугарска, Влашка, Сирија, Јерменска, Персија, сјеверна Африка.

270. **M. pulchellum** Heldr. et Sart. 4 Расте по кречњачким каменьарима на Басари, Видличу и Црном Врху више Доброг Дола, у брдском региону. Цвјета маја. Нова биљка за флору краљевине Србије.

Дуговјечна, глатка, доста ситна биљка. Чено је дугуљастоовално, покривено црним сушним опнама. Лишће је узано,

Digitized by Google

линеарно, млитаво, нешто дуже од бика. Цвијеће је на врху бика у густом, збивеном, овалном грозду са малим бројем цвијећа. Цвијеће је доста крупно; плодно је затворено модре боје са бјеличастим гротлом, а јалово је отворено плаво.

Димензије: лишће је дуго 10—14 цм., бик 9—11 цм., перигон 3—4 мм. дуг, а 1·5—2 мм. широк.

Од *M. neglectum*, којему много личи, разликује се врло увеланим, млитавим лишћем, формом грозда, величином и бојом цвијећа.

271. **M. botryoides** DC. 4 (Синон. *Botryanthus vulgaris* Kth., *M. transilvanicum* Schur.) По камењарима и кршевима брдског и предалпинског региона. На Белави, Седлару, више Темске, на Старој Планини. Цвјета маја.

Геогр. ареал: Грчка, Бугарска, Мала Азија, Персија.

Allium L. (лук)

272. **A. ursinum** L. 4 По шумама брдског и предалпинског региона цијелог округа као врло важна чињеница у буковој задрузи. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Кавказ, Сибир, Камчатка.

273. **A. Victorialis** L. 4 По планинским пашњацима под самим врхом Мидура. Цвјета јуна, јула. Ново за флору краљевине Србије.

Дуговјечна биљка. Чено је дугуљасто, омотано мрежастим, сушним, мрким опнама. Бик је до половине лиснат. Лишће је покруће, дугуљасто-елиптично и насађено на кратке дршке. Цвијеће је у округластој главици на врху бика. Перигонове лиске су бјеличасто-зеленкасте боје, затубасте и 3—5 мм. дуге.

Доста личи на обични *A. ursinum*, од којег се пак одмах и лако може распознати по форми чена, лишћа, цвијећа и т. д.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Кавказ, Транскавкаска, Сибир, Камчатка.

274. **A. flavum** L. 4 По камењарима и кршевима свих жупних и брдских крајева у округу. Цвјета од јула до септембра.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Оријенат.

275. **A. carinatum** L. 4 (Синон. *A. pulchellum* Don.). По камењарима и кршевима жупних и брдских крајева, и по планинским пашњацима и предалпинским ливадама. На Басари,

Digitized by Google

Видличу, Кукли, Ракошу. Под Мицуром и Беланом на Старој Планини. Цвјета јула.

Геогр. ареал: Пиренеји, Француска, Швајцарска, средња и сјев. Италија, Мађарска, Хрватска, Корушка, Балканско полуострво, Оријенат.

276. **A. sibiricum** Willd. var. ***denticulatum*** Adamov. 4 (исп. Адамовића о вегет. југ. ист. Срб. стр. 23.) По влажним ливадама и поред потокâ у предалпинском региону Мицура (Попова ливада). Цвјета јуна, јула.

Стабљика је густо зупчаста као год и лишће; ти су зупци врло ситни и збивени, круничине су кришке шире и краће него у типске врсте.

Панчић (Дод. фл. кнеж. Срб. стр. 230.) наводи за Стару Планину типски сибирски лук. Но тај лук у правом свом облику не расте нигдје на Старој Планини, него свугдје у поменутом варијетету.

Прави *A. sibiricum* W. нема никаквих зубаца ни на бику ни по лишћу; има уже и дуже круничине кришке.

Геогр. ареал (за врсту): Сибир, цијела Јевропа, Јапан, Оријенат, сјеверна Америка.

277. **A. melanantherum** Panč. 4 По планинским ливадама и суватима Старе Планине: на Копрену, Вражијој Глави, Бати. Цвјета јуна, јула.

Сродан је са *A. tenuiflorum* Ten. и *A. pauciflorum* Viv., но разликује се већим, цилиндричним цвијећем, црним прашницама, које су у цијеви перигона, круђим и ужим лишћем. (Опис ове биљке налази се у Дод. фл. кнежев. Срб., стр. 229.)

Геогр. ареал: Власина и околна брда (у врањ. округу); Витоша, Рила.

278. **A. moschatum** L. 4 (Синон. *A. capillare* Cav., *A. setaceum* WK.) По камењарима и пашњацима жупних брежуљака. На Сарлаку, Белави, Седлару, Црном Врху више Суводола, и на другим мјестима. Цвјета августа, септембра.

Геогр. ареал: медитерански крајеви, Мађарска, Крим, Македонија, Србија, Бугарска, Тракија, Кавказ, Персија.

279. **A. Cupani** Raf. 4 По присојним камењарима жупних крајева; но нигдје задружно. На Белави, Седлару; око Расниче. Цвјета јула.

Геогр. ареал: Грчка, Кипар, Македонија, Бугарска, Србија, Италија, Сицилија, Алжир.

Digitized by Google

280. **A. saxatile** M. B. 4 По камењарима и кршевима на Белави, Седлару и Црном Врху више Суводола. Цвјета јула, августа.

var. *rubriflorum* Adamov. Цвјетићи блиједо црвене боје. Расте уз типске примјерке (са жутим цвијећем) на Белави и Седлару.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, јужна Русија.

281. **A. scorodoprasum** L. 4 По трњацима, џбуњу, пржужама и утринама свих жупних крајева у округу. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Кипар, Ливан.

282. **A. vineale** L. 4 По пашњацима и камењарима, виноградима и утринама цијелог округа. Пење се до у брдски регион. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа.

283. **A. rotundum** L. 4 (Синон. *A. multiflorum* DC., *A. trachyanthum* Grsb.) По камењарима и кршевима жупних предјела. Око Бабушнице, Раснице, Костура, Гњилана, Темске. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Оријенат.

284. **A. sphaerocephalum** L. 4 По кршевима и камењарима жупног региона. На Сарлаку, Белави, око Раснице и Камика. Цвјета од јуна до августа.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, сјеверна Африка, Оријенат.

285. **A. asperum** Don. 4 По камењарима и кршевима предалпинског региона на Ракошу. Цвјета од јуна до августа.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа.

286. **A. oleraceum** L. 4 По виноградима, пријеловима, утринама и пољима око Власотинаца, Раснице, Костура. Цвјета јула.

Геогр. ареал: скоро цијела Јевропа.

287. **A. flavescens** Bess. 4 (Синон. *A. angulosum* MB., *A. stramineum* Schur.). По камењарима и сушним пашњацима око Камика, Раснице, Костура, Суводола. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: Јужна Русија, Ердељ, Банат, Србија, Бугарска, Кавказ, Јерменска, Сибир.

Colchicum L. (мразовац; качун)

288. **C. autumnale** L. 4 По ливадама жупног и брдског региона; по пашњацима, шумарцима и ливадама предалпинског

Digitized by Google

региона цијелог округа. Цвјета јула (на планинама), августа и септембра.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа (осим Грчке).

Veratrum L. (чемерика)

289. **V. album** L. *v. Lobelianum* Koch. 4 По пашњацима, ливадама и суватима брдских, предалпинских и алпинских крајева цијелог округа. На Старој Планини (Миџуру, Копрену и др.) саставља на најузвишенијим мјестима доста распрострањену задругу. Цвјета од маја до августа.

Геогр. ареал: цијела Јевропа и Азија.

290. **V. nigrum** L. 4 По брдским пашњацима и шумарцима, рјеђе по предалпинским ливадама. На Белави, Басари, Видличу, око Понора, Брлога и Дојкинаца на Старој Планини. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: јужна Швајцарска, Чешка, Аустрија, Штајерска, Мађарска Славонија, Хрватска, Ердељ, Влашка, јужна Русија, Балканско полуострво (до Македоније и Тракије), Италија (до централне), Транскавкаска, Сибир, Јапан.

Ruscus L. (мишији трн; зеленика)

291. **R. aculeatus** L. 4 По камењарима и шибљацима око Костура, Суводола и Раснице. Цвјета марта, априла.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Оријенат, сјеверна Африка.

292. **R. Hypoglossum** L. 4 По шумама у подгорју Ракоша, на кречном земљишту. Цвјета априла.

Геогр. ареал: Шпанија, јужна Француска, Италија, Далмација, Хрватска, Славонија, Мађарска, Банат, Босна, Србија, Бугарска, Македонија, Тракија, Битинија (Мала Азија).

Asparagus L. (вилина метлица)

293. **A. tenuifolius** Lam. 4 (Синон. *A. silvaticus* W. K.). По кршевима, камењарима и шибљацима жупних и брдских крајева. На Седлару, Белави, Басари, Црном Врху више Доброг Дола. Цвјета од априла до јуна.

Геогр. ареал: Француска, Италија, Балканско полуострво (без Грчке), Ердељ, Влашка, јужна Русија, Битинија.

Digitized by Google

294. **A. officinalis** L. 4 По виноградима, плотовима и трњацима цијелог округа. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Оријенат, Сибир, Урал, сјеверна Африка.

Streptotus Rich.

295. **S. amplexifolius** DC. 4 (Синон. *Uvularia simplex* L., *Convallaria dichotoma* Pers.). По кршевима и камењарима у осоју Вражије Главе и Три Чуке на Старој Планини, на висини од 1800—2000 м. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа.

Polygonatum Mch. (залис; сарадика)

296. **P. verticillatum** All. 4 (Синон. *Convallaria verticillata* L.) По планинским шумама на Ракошу и Старој Планини (Белан, Широке Луке, Слап). Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Кавказ, Авганистан, Хималаја, Сибир, Урал.

297. **P. multiflorum** All. 4 (Синон. *Convallaria multiflora* L.) По предалпинским шумама на Ракошу, Старој Планини, Видличу. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Оријенат, Сибир.

298. **P. officinale** All. 4 (Синон. *Convall. Polygonat.* L.) По камењарима, шибљацима и пашњацима на Басари, Црном Врху, Седлару и другим мјестима. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Кавказ, Транскавкаска, Сибир.

299. **P. latifolium** Desf. 4 (Синон. *Convallaria latifolia* Jcq.) По шумарцима и камењарима на Басари, Црном Врху, Столу; по шумама Ракоша и Старе Планине. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: Моравска, Штајерска, Аустрија, Подунавље, сјеверни дио Балканског полуострва, јужна Русија, Кавказ, Јапан.

Convallaria (L.) (ђурђевак)

300. **C. majalis** L. 4 По брдским и планинским шумама на Ракошу, Столу, Старој Планини. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: цијела сјеверна хемисфера.

Digitized by Google

Paris L. (врање око; Петров крст)

301. **P. quadrifolia** L. 4 По брдским и планинским шумама цијелог округа. На Ракошу, Старој Планини. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Сибир, Урал, Алтај.

Фамилија **Dioscoreaceae** Br.

Tamus L. (бљушт)

302. **T. communis** L. 4 По џбуњу, плотовима и шибљацима нарочито жупних крајева цијелог округа. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Мала Азија, сјеверна Африка.

Фамилија **Amaryllidaceae** Juss.

Sternbergia W. K.

303. **S. colchiciflora** W. K. 4 (Синон. *Amaryllis colchiciflora* Gaw., *Sternb. dalmatica* Herb.) По кречњачким камењарима око Суводола. Цвјета под јесен, лишће тјера с прољећа.

Геогр. ареал: Далмација, Славонија, Мађарска, Ердељ, Влашка, Бугарска, Србија, Македонија, Грчка, Мала Азија.

Leucojum L.

304. **L. aestivum** L. 4 По барама, ритовима, јендецима и јаругама. Око Сукова, у Барју, у Лужници и око Власотинаца. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Мала Азија, Јерменска, Кавказ, Персија.

Galanthus L. (висибаба)

305. **G. nivalis** L. 4 По шумама и ливадама брдског и предалпинског региона. На Ракошу, у подгорју Старе Планине. Цвјета априла.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Оријенат.

306. **G. maximus** Vel. 4 Расте по пашњацима, камењарима и шибљацима жупног и брдског региона, од 400—1300 м. На Сарлаку, Белави, Божурати, Црном Врху, Басари и Видличу. Цвјета марта, априла. (Исп. Адамовића l. c. стр. 3.)

Digitized by Google

Дуговјечна биљка. Рукавац, који је до коријена, сушан је, при врху је хоризонтално кус и цио (не рецкаст), са стране је такође цио и није нимало цијепљен. Лишће (свега има два листа) савремено је са цвијећем, широко-линеарно, при основи није нимало сужено, уздуж је нешто ижљебљено, а при врху је шљемасто сужено. Бик је нешто мало дужи од лишћа. Цвијет је крупан суноврат. Спољне су лиске перигона широко објајасте и много издубљене, ивицом готово уврнуте; унутрашње су двапут краће од спољних, дугуљасте су и с лица зелене, а с наличја, при основи, зелене, а при врху са двије зелене мрље. Прашници су дуги за половину дужине унутрашњих перигонових листића. Прашнички су конци 4—5 пута краћи од прашницâ.

Димензије: Бик је висок 15—20 цм., лишће 12—15 цм. широко; спољне лиске перигона 2·5 цм. дуге, а 13 мм. широке; унутрашње лиске нериг. 12 мм. дуге, а 6 мм. широке.

Од свих висибаба ово је највећа, са најкрупнијим цвијећем. Сродне су јој *G. Elwesii* Hook. и *G. plicatus* M. B., но разликује се од њих не само тиме, што је крупнија у свима дијеловима, него нарочито, што су јој унутрашње перигонове кришке равне (а не валовито ижљебљене) и што се не сужавају у клин (као код *G. Elwesii)* па што јој лишће није ободом сувраћено (као код *G. plicatus).* У новије вријеме неки ботаничари (dr. G. v. Beck) држе *G. maximus* као форму *G. plicatus*-а. Ја се о томе нијесам до сад могао увјерити, премда имам азијских примјерака ове посљедње врсте за упоређење.

Геогр. ареал: Бугарска.

Фамилија **Iridaceae** Br.

Iris (L.) (перуника; ружа)

307. **I. Pseudacorus** L. 4 По барама, ритовима, јендецима и јаругама жупног региона цијелог округа. Цвјета маја.

Геогр. ареал: цијела Јевронa, сјеверна Африка.

308. **I. graminea** L. 4 (Синон. *I. pseudo-cyperus* Schur). По брежуљцима, шибљацима и трњацима нарочито брдског региона. На Басари, Видличу, у подгорју Старе Планине. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевронa.

Digitized by Google

309. **I. balkana** Jnka. 4 У присоју Белаве и по каменитим пашњацима на Басари и Видличу; од 450 до 1300 м. висине. Цвјета априла.

Стабљика је ниска, нешто дужа од цвјетних приперака, носи само један цвијет, врло ријетко кад два. Доње је лишће сабљасто и исте величине као и стабљика; горње је краће. Цвјетни су приперци зељасти, надути, овално-дугуљасти, при врху ижљебљени и веома заоштрљени. Перигонова је цијев двапут дужа од плодника. Перигон је љубичасто модре боје; режњеви су му подједнаке дужине; спољни су ужи, овално клинасти, трећином суврашени, а изнутра су брадати; унутрашњи су режњеви широки, овално елиптични.

Сродна је са *I. olbiensis*, од које се нарочито разликује формом приперака. Нова за флору краљевине (исп. Адамовића „О вегет. ј. С." стр. 23.).

Геогр. ареал: Бугарска.

310. **I. suaveolens** Boiss. et Reut. 4 По каменјарима на Басари, Видличу и Црном Врху више Доброг Дола. Цвјета априла, маја.

Ниска, њежна биљка са стабљиком краћом од лишћа. Лишће је српасто, уско и плаветникасто. Цвјетни су приперци зељасти, мало што или нимало надути и скоро исте дужине као и перигонова цијев. Цвијет је на врху стабљике. Перигонова је цијев обла, има три уздужне мрке бразде, а трећином је дужа од гротла; спољни су режњеви зеленкасто-жућкасти, а у средини гротла имају по једну љубичасто-модру мрљу; унутрашњи су режњеви нешто шири, дугуљасти, ивицом валовито кудрави, при основи нагло у нокатац сужени. Жилови су дугуљасто лопатичасти, при врху зашиљени, рецкасти.

Ова је перуника такође принова за флору краљевине. Сродна је са *I. mellita* Jka., *I. Reichenbachii* Heuff. и *I. pumila* L. Од прве се разликује перигоновом цијеви, која је при врху нагло раширена и жућкасте боје; од друге мањим перигоном и узаним а дугим приперцима, од треће зељастим приперцима и ситнијом стабљиком.

Геогр. ареал: Бугарска.

311. **I. Reichenbachii** Heuff. 4 (Синон. *I. serbica* Panč.) По каменитим пашњацима на Ракошу и у подгорју Старе Планине. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: Банат, Влашка, Ердељ, Србија, Бугарска.

Digitized by Google

312. **I. pumila** L. 4 По каменитим предалпинским пашњацима на Ракошу. Цвјета маја.

Геогр. ареал: Аустрија, Моравска, Галиција, Мађарска, Славонија, Ердељ, Влашка, Србија, Бугарска, Црна Гора, Херцеговина.

313. **I. pseudo-pumila** Tin. 4 Уз пређашњу врсту по предалпинском региону Ракоша. Цвјета маја.

Геогр. ареал: Италија, Бугарска, Србија, Далмација.

314. **I. variegata** L. 4 По џбуњу, плотовима, трњацима и камењарима жупних крајева цијелог округа. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: Аустрија, Моравска, Мађарска, Ердељ, Влашка, Јужна Русија, Србија, Бугарска, Тракија, Босна, Црна Гора.

315. **I. germanica** L. 4 По виноградима, окрајцима њива и башта цијелог округа. По свој прилици нигдје самоникла, него сађена. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: Аустрија, Моравска, Мађарска, Хрватска, Истра, Далмација, Италија, Швајцарска.

316. **I. florentina** L. 4 По виноградима, уз пређашњу врсту, али рјеђе. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: Швајцарска, Италија, Истра, Далмација.

Gladiolus L. (сабљичица)

317. **G. communis** L. 4 По пашњацима нарочито брдског региона у подгорју Ракоша. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: јужна Француска, Корсика, Далмација, Албанија, Србија, Бугарска, Крим.

318. **G. illyricus** Koch. 4 По предалпинским ливадама на Видличу, на кречном земљишту. Цвјета јуна.

Геогр. ареал: медитерански крајеви, Оријенат.

319. **G. imbricatus** L. 4 (Синон. *G. rossicus* Pers., *G. tenuis* M. B.) По каменитим пашњацима на Видличу. Цвјета јуна.

Геогр. ареал: средња Јевропа, Подунавље, Русија, Сибир, Оријенат.

Crocus L. (шафран; кађунак)

320. **C. moesiacus** Lam. 4 (Синон. *Cr. aureus* Sibt., *C. sulphureus* Ker.) По ливадама у осоју Белаве. Цвјета марта.

Опне на чену распадају се у жилице. Цвјет је подбочен једним тулузом.

Digitized by Google

Геогр. ареал: Тракија, Бугарска, Србија, Банат, Ердељ, Влашка, Битинија.

321. **C. chrysanthus** Herb. 4 (Синон. *Cr. sulphureus* Grsb. non Ker!) Расте по каменитим пашњацима око Градашнице, Костура, Суводола; на Белави, Седлару; око Бабушнице. Цвјета од фебруара до конца марта.

Сродан је (због формације чена) са *Cr. biflorus* Mill., а не са горњом врстом. Код њега се опне не распадају у жилице, има цвијет подбочен двојним тулузом и у опште је ситнијег раста.

Геогр. ареал: Србија, Бугарска, Грчка, Тракија, Битинија, Фригија.

322. **C. biflorus** Mill. 4 По брдским и предалпинским крајевима на Ракошу и око Власотинаца. Цвјета марта.

var. *lineatus* Jan. разликује се затворено љубичастим павтама и пругама на перигону.

Расте по камењарима око Пирота. На Белави, Басари, Видличу, Столу, Расници. Цвјета, кад и типска врста.

Геогр. ареал: Италија, Сицилија, Грчка, Македонија, Србија, Бугарска, Херцеговина, Далмација, Истра.

323. **C. banaticus** Heuff. 4 По шибљацима брдског региона на Белави, Седлару, Басари и Видличу. Цвјета марта.

Геогр. ареал: Банат, јужна Мађарска, Србија, Бугарска, Босна, Ердељ, Влашка, Буковина, Галиција, Шлеска, Моравска.

324. **C. veluchensis** Herb. 4 (Синон. *C. balcanensis* Jnka.) (Исп. Панчића: Дод. фл. кнеж. Срб. стр. 222.) По планинским пашњацима и предалпинским ливадама на Мицуру, Крвавим Барама, Три Чуке, Вражијој Глави, Бати. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: Грчка, Бугарска.

Фамилија **Orchideae** L.

Limodorum Sw. (остружница)

325. **L. abortivum** Sw. 4 (Синон. *Orchis abortiva* L.) По брдским шумама у подгорју Ракоша. Цвјета маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Оријенат, сјеверна Африка.

Digitized by Google

Cephalanthera Rich. (завратa)

326. **C. rubra** Rich. 4 По шумама на Столу, Басари, Ракошу и Старој Планини, особито у брдском региону. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Оријенат, Сибир.

327. **C. ensifolia** Rich. 4 (Синон. *Ceph. Xiphophyllum* Rchb.) По брдским шумама на Столу, Ракошу и Старој Планини. Цвјета маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Марок, Сибир.

Epipactis Rich. (камужђарка)

328. **E. palustris** Cr. 4 (Синон. *Serapias longifolia* L., *Serapias palustris* Scop.) По влажним ливадама у подгорју Старе Планине. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: скоро цијела Јевропа, Сибир, Оријенат.

329. **E. latifolia** All. 4 (Синон. *Serapias latifolia* L., *Epip. viridiflora* Hffm.) По брдским и предалпинским шумама на Ракошу, Столу и Старој Планини. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Оријенат, Јапан, Сибир, Хималаја, сјеверна Африка.

330. **E. microphylla** Ehr. 4 По планинским шумама Старе Планине: око Равног Бучја, Црног Врха, Ковије Грбине, Понора. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: Шпањолска, Француска, Њемачка, Аустрија, Мађарска, Италија, Далмација, Босна, Србија, Бугарска. Крим, Кавказ, Битинија.

Neottia L. (самоједа)

331. **N. nidus avis** (L.) Rich. 4 По шумама у подгорју Ракоша. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: скоро цијела Јевропа, Сибир, Оријенат.

Orchis Br. (L.) (гороцвијет; кађун)

332. **O. Morio** L. 4 По пашњацима, утринама, каменьарима и шибљацима жупног и брдског региона цијелог округа. Цвјета априла, маја.

Код нас је ова биљка врло полиморфна. Налазио сам примјерака једва од чеперка, а друге опет од стопе и више; исто сам тако виђао ексемплара са збивеном цвашћу и ситнијим

Digitized by Google

цвијећем и друге са растреситом цвашћу са мало али крупних цвјетова. И боја цвијећа није константна. Брао сам љубичастих, ружичастих, бијелих и зеленкастих. Но поред све те промјенљивости нигдје нијесам наишао на форму медитеранских крајева *O. picta* Lois.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Оријенат, Сибир.

333. **O. ustulata** L. 4 По брдским и планинским ливадама на Ракошу, Видличу и Старој Планини (Копрен, Бата, Крваве Баре, Широке Луке, Равно Бучје, Сивићево Падиште). Цвјета јуна.

334. **O. coriophora** L. 4 По брдским пашњацима и ливадама, нарочито на иловачи и кречном земљишту. Око Власотинаца, Стрелца, Јеловице, Дојкинаца, Росомаче, Рудиња. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Оријенат.

335. **O. tridentata** Scop. 4 (Синон. *O. variegata* All., *O. commutata* Tod., *O. taurica* Lndl.) По пашњацима, утринама, шибљацима и камењарима жупног региона цијеле територије. Ријетко се кад пење до у брдске (Басара, Кукла) крајеве. Цвјета априла и маја.

Геогр. ареал: медитерански крајеви до Аустрије и јужне Њемачке, понтички предјели, Оријенат.

336. **O. lactea** Poir. 4 (Синон. *O. acuminata* Desf., *O. conica* W., *O. Tenoreana* Guss.) Новина за флору краљевине. Расте по шибљу и камењарима у подгорју Старе Планине. Цвјета маја, јуна.

Врло је сродна и слична са пређашњом врстом, од које се ипак битно разликује њежнијом, чвршћом стабљиком, ужим и релативно дужим лишћем, приперцима зашиљеним и много дужим, ружичасто-бјеличастим цвијећем, заокругљеним и скоро цјелцатим средњим режњем усне.

Геогр. ареал: јужна Шпањолска, Француска, Корсика, Сардења, јужна Италија, Сицилија, Малта, Крит, Бугарска, Битинија, Сирија.

337. **O. Simia** Lam. 4 (Синон. *O. tephrosanthos* Vill.) По пашњацима, ливадама и шумарцима особито брдских крајева. Око Бабушнице, Стрелца, Раснице, Завоја, Темске, Балта Бериловца, на Басари, Видличу и Ракошу. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, понтички крајеви, Оријенат.

Digitized by Google

338. **O. militaris** L. 4 (Синон. *O. Rivini* Gon., *O. cinerea* Schrk.) По шумарцима и пашњацима у подгорју Старе Планине. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевронa, Крим, Кавказ, Транскавкаска, Византија.

339. **O. purpurea** Huds. 4 (Синон. *O. fusca* Jcq., *O. maxima* C. K.) По шумама и ливадама нарочито брдских крајева. Око Сукова, Обреновца; на Басари, у подгорју Ракоша и Старе Планине. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевронa, Оријенат.

340. **O. globosa** L. 4 По брдским и предалпинским ливадама, по планинским суватима цијелог округа. На Басари, Видличу, Столу, Ракошу и Старој Планини до под сам врх Мицура. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевронa, понтички крајеви.

341. **O. mascula** L. 4 (Синон. *O. speciosa* Host) По шибљацима, ливадама и шумама брдског региона. На Белави, Седлару, Басари, Столу, Ракошу и у подгорју Старе Планине. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: цијела Јевронa, Оријенат, Сибир, сјенерна Африка.

342. **O. palustris** Jcq. 4 По барским ливадама и барама око Сукова, Блата, Гњилана и другим мјестима у округу. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: Ердељ, Мађарска, Банат, Влашка, Србија, Бугарска и Оријенат.

343. **O. laxiflora** Lam. 4 По барским ливадама уз пређашњу врсту, нарочито пак у подгорју Старе Планине. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевронa, Оријенат.

344. **O. pallens** L. 4 По шибљацима и шумарцима брдског региона. Око Власотинаца, Стрелца, Завоја, Темске. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: средња Јевронa, Балканско полуострво, Мала Азија.

345. **O. Spitzelii** Saut. 4 По шумама брдског и предалпинског региона на Ракошу. Доста ријетка биљка, нигдје задружна. Цвјета маја.

Геогр. ареал: Тирол, Аустрија, Виртемберг, Босна, Србија, Бугарска.

Digitized by Google

346. **O. latifolia** L. 4 Поред планинских потока на Мицуру, око Бате, Крвавих Бара, Копрена и Три Кладенца на Старој Планини. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Сибир, Оријенат, сјеверна Африка.

347. **O. cordigera** Fries. 4 (Синон. *O. bosniaca* Beck. teste Vel. Fl. bulg.) По млакама, тресавама, барским ливадама и поред планинских потока око Копрена, Бабина Зуба, Равног Бучја на Старој Планини. Цвјета јуна, јула. Нова за флору краљевине.

Кађунице су шапасто подијељене у дуге режњеве. Стабљика је усправљена, шупља, при основи љуснастим рукавцима омотана. Лишће је зелено без икакве мрље; доње је широко-елиптично, горње дугуљасто и усправљено, при основи сужено; а при врху зашиљено. Цваст је рехава и растресита. Приперци су широко-ланцетасти (често овално-ланцетасти), зељасти, нешто зашиљени и имају по пет уздужних нерава, а величине су исте, које и цвијеће. Цвијеће је крупно, љубичасто-пурпурне боје; перигонови су листићи сви затубасти и подједнаке дужине; усна је широка, квадратно округла, ивицом рецкаста или цијела. Мамуза је конична и за половину краћа од плодника.

Димензије: стабљика је висока 20—30 цм.; доње је лишће широко 2—3 цм.; грозд је дуг 6—8 цм., а широк 3—4 цм.; усна је 12—15 мм. широка.

Ова је биљка диван украс планинских млака, у којима је често задружна. Сродна је са *O. latifolia* L., која се одликује зашиљеним, разведеним лишћем, обасутим црнкастим мрљама, ужим и дужим прперцима, збивенијом цвашћу, ситнијим цвијећем отвореније боје, усном дубоко тродјелом и дужом мамузом. Додуше није ни *O. cordigera* увијек типски развијена, те има по некад примјерака ужег лишћа и нешто ситнијег цвијећа, али форма и боја цвијећа остаје увијек константна.

Геогр. ареал: Банат, Ердељ, Босна, Херцеговина, Бугарска.

348. **O. sambucina** L. 4 По ливадама, пашњацима и шумарцима брдског региона на Басари, Видличу, Кукли, Столу; око Стрелца, Бабушнице и других мјеста. Варира у боји цвијећа; има је жуте и пурпурне боје. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа.

Digitized by Google

349. **O. pseudo-sambucina** Ten. 4 (Синон. *O. bracteata* Ten., *O. romana* Geb.) Расте по брдима око Црвене Јабуке и Дешчаног Кладенца. Цвјета априла.

Сродна је много са пређашњом, али је друкчијег изгледа, јер је њежнија, лишће јој је уже, при основи затањено, цваст растреситија, цвијеће много ситније, а мамуза дужа и тања.

Геогр. ареал: јужна Јеврона, Кавказ, Мала Азија, Персија.

350. **O. saccifera** Brogn. 4 (Синон. *O. macedonica* Grsb., *O. tetragona* Heuff., *O. macrostachys* Tin.) Расте покрај планинских извора под Бабиним Зубом и Тупанцем (исп. Адамовића „О вегет. југо-ист. Срб." стр. 24.), око извора Топлодолске Ријеке, код Бате, Крвавих Бара и већине осталих већих извора на Старој Планини. Цвјета јуна, јула. Ово је такођер принова за флору краљевине.

Кађунице су дуге, вашиљене и шапасто дијељене. Стабљика је подебља, шупља и лисната. Лишће је зелено, без икакве мрље; доње је широко-овално, горње ланцетасто и вашиљено, а најгорње је ланцетасто-линеарно и сужено. Цваст је збивена, у обујму цилиндрична. Приперци су при основи ланцетасти, при врху дуго вашиљени, а исте су дужине као цвијеће или чак и дужи. Цвијеће је љубичасто-ружичасте боје; усна је црвено пругаста, скоро до половине је поцијепана у три подједнака режња, који су при врху сужени; мамуза је надута дугуљаста и исте дужине као плодник.

Димензије: стабљика је висока 30—50 цм., доње је лишће широко 2—4 цм., цваст је дуга 8—10 цм. и скоро 3 цм. широка; мамуза је 1 цм. дуга.

Сродна је са *O. maculata* L., али је у ове посљедње стабљика много њежнија; лишће уже пјегаво (са црним мрљама); приперци мање вашиљени и једва су исте величине као цвијеће; цвијеће је ситније, мамуза краћа од плодника.

Геогр. ареал: јужна Шпањолска, Сицилија, Грчка, Македонија, Херцеговина, Тесалија, Бугарска, Банат, Ердељ, Влашка, Византија, Јерменска. Ливан.

Anacamptis Rich. (гороцвијет)

351. **A. pyramidalis** Rich. 4 (Синон. *Orchis pyramidalis* L., *Aceras pyramidalis* Reichb.) По шибљацима, џбуњу и шумарцима жупног и брдског региона. На Седлару, Столу, Ракошу,

Digitized by Google

више Крупца, Темске, Бабушнице, Стрелца, Раснице и других мјеста. Цвјета априла, маја.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, сјеверна Африка и Оријенат.

Nigritella Rich. (кађун)

352. **N. angustifolia** Rich. 4 (Синон. *Satyrium nigrum* L., *Orchis nigra* Lcp.) По планинским пашњацима и предалпинским ливадама на Мицуру, Копрену, Св. Николи и Бабину Зубу на Старој Планини. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: скоро цијела Јевропа, Сибир, Урал.

Gymnadenia (женски расков; врањак)

353. **G. conopea** Br. 4 (Синон. *Orchis conopea* L.) По предалпинским и брдским ливадама, нарочито привлажним. На Видличу. Ракошу и Старој Планини (Широке Луке, Слап, Св. Никола, Међу оба Врха). Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Оријенат, Сибир.

354. **G. albida** Rich. 4 По предалпинским ливадама на Копрену, Бати и око Крвавих Бара, но рјеђа много од прећашње врсте. Цвјета јуна, јула.

Одликује се дугуљасто овалним, зашиљеним лишћем, здуљеном а збивеном цвашћу, усном, која је у подједнаке режње усјечена, и елипсоидном чахуром, која је дужа од своје ширине.

Геогр. ареал: Сјеверна, средња Јевропа, Пиренеји, Апенин, Ердељ, Далмација, Херцеговина, Србија, Бугарска, јужна Русија.

Platanthera Rich. (вимењак)

355. **P. solstitialis** Rchb. 4 (Синон. *P. bifolia* Rchb.) По шумама, шибљацима и шумским ливадама брдских региона. На Басари, Столу, Кукли, Ракошу и Старој Планини. Цвјета маја, јуна.

Геогр. ареал: цијела Јевропа, Сибир, Оријенат, сјеверна Африка.

Goodiera R. Br.

356. **G. repens** R. Br. 4 По шумама брдског и предалпинског региона на Ракошу и Старој Планини. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа.

Digitized by Google

Coralliorrhiza (L.) R. Br.

357. **C. innata** R. Br. 4 Расте у хладовини брдских и предалпинских шума, у влажном буковом лишћу, на Острозубу (исп. Ђ. Ничића: Грађа за фл. окол. Врање стр. 67.) Цвјета маја, јуна. Ову је принову наше флоре нашао Ђ. Ничић.

Сапрофит без коријена. Ризом је кораласто ракљаст. Стабљика је усправљена, омотана у два, три надута рукавца. Лишћа правог нема. Цвијеће је ситно зеленкасте боје, налази се на врху стабљике у растреситом грозду. Перигонови су режњеви ланцетасти, шиљасти. Усна нема мамузе, затубаста је, дугуљаста, са страна има по један затубаст зупчић, а у средини два уздужна жуља, боје је бијеле, а у гротлу је попрскана црвеним тачкама.

Геогр. ареал: средња и већи дио јужне Јевропе.

Listera R. Br. (обзев)

358. **L. ovata** R. Br. 4 По шумама и шумским ливадама брдског и предалпинског региона на Ракошу, Столу, Басари, Видличу и Старој Планини. Цвјета од априла до јуна.

Геогр. ареал: скоро цијела Јевропа, Сибир, Оријенат.

Coeloglossum Htm.

359. **C. viride** Htm. 4 (Синон. *Platanthera viridis* Rchb.) По планинским пашњацима и ливадама на Мицуру, Вражијој Глави, Копрену. Цвјета јуна, јула.

Геогр. ареал: сјеверна и средња Јевропа, сјев. Италија, средња Италија, Босна, Србија, Бугарска, Сибир, сјеверна Америка.

Satyrium L. (смичак)

360. **S. hircinum** L. 4 (Синон. *Himantoglossum hircinum* Spr., *Loroglossum hircinum* Rich., *Aceras hirc.* Lndl.) По шибљу, пашњацима, плотовима, виноградима и дубуњу жупног и брдског региона цијелог округа. Цвјета од маја до јула.

Геогр. ареал: средња и јужна Јевропа, Мала Азија, сјеверна Африка.

(Наставит ће се.)

Digitized by Google

Ekvidistantna površina.

Primljeno u sjednici matematičko-prirodoslovnoga razreda Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti dne 16. ožujka 1908.

Napisao pravi član dr. Vladimir Varićak.

Ekvidistantna je površina mjesto krajnjih tačaka od jednako dugih normala uzdignutih na danoj ravnini. Ove normale projiciraju ekvidistantnu površinu u osnovnu ravninu. Na ekvidistantnoj površini postoji planimetrija Lobačevskoga; samo mjesto pravaca valja uzimati ekvidistantne linije, koje su presjeci ove površine s ravninama normalnima na njezinu osnovku[1]. Moja je nakana ovdje izvesti općenu jednadžbu ekvidistantne površine. Osnovna ravnina E_i bit će određena kutom α i krajevima $\xi = \varepsilon_1 e^{\alpha_1}$ i $\eta = \varepsilon_2 e^{\alpha_2}$, kao što sam pokazao u radnji o ekvidistantnoj liniji[2]. U jednadžbu ekvidistantne površine ući će još parametar d.

1. **Osnovka je ravnina** E_1. Iz tačke M na ekvidistantnoj površini A_1 spustimo normalu $d = ML$ na ravninu E_1 i $s = MN$ na ravninu XY. Ravnina položena kroz d i s okomita je na ravnine E_1 i XY, pa i na njihov presjek. Zato se kod K javlja kut β, pod kojim je ravnina E_1 naklonjena prema XY. Tražeći udaljenost tačke M od ravnine E_1 valja nam KN izraziti na dva različita načina.

Četverokut $KLMN$ ima dva suprotna prava kuta, kod L i kod N. Zato će među KN, d, s, β postojati relacija[3]

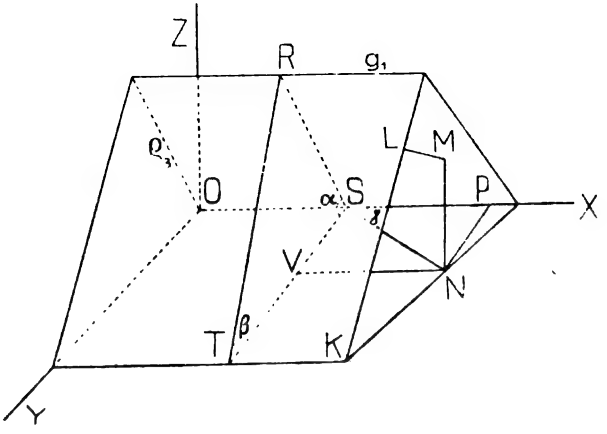
---

[1] H. Liebmann, Nichteuklidische Geometrie, str. 113.

[2] Rad 173., str. 214.

[3] В. Каганъ, Элементы аналитической геометріи на поверхностяхъ постоянной отрицательной кривизны. Казань 1896. str. 9, formula (15, e). U spisima fizikalno-matematičkoga društva.

Digitized by Google



Slika 1.

$$\cos\beta \cos \Pi(z) = \operatorname{cotg} \Pi(KN) \sin\beta - \operatorname{cotg} \Pi(d) \sin \Pi(s)$$

ili

$$\cos\beta \operatorname{th} s = \operatorname{sh} KN \sin\beta - \frac{\operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} s},$$

pa je stoga

$$\operatorname{sh} KN = \frac{\operatorname{sh} z \cos\beta + \operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} s \sin\beta}. \tag{1}$$

U trokutu RST, koji kod R imade pravi kut, razbiramo, da je

$$\cos\beta = \operatorname{ch} p \sin\alpha, \tag{2}$$

dakle

$$\sin\beta = \sqrt{1 - \operatorname{ch}^2 p \sin^2\alpha}.$$

A kako je

$$1 - \operatorname{ch}^2 p \sin^2\alpha = \operatorname{ch}^2 p \left(\frac{1 - \operatorname{ch}^2 p}{\operatorname{ch}^2 p} + \cos^2\alpha\right),$$

moći ćemo pisati

$$\sin\beta = \operatorname{ch} p \sqrt{\cos^2\alpha - \operatorname{th}^2 p}. \tag{3}$$

Unesemo li ove vrijednosti za $\sin\beta$ i $\cos\beta$ u (1), dobivamo

$$\operatorname{sh} KN = \frac{\operatorname{sh} z \operatorname{ch} p \sin\alpha + \operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} s \operatorname{ch} p \sqrt{\cos^2\alpha - \operatorname{th}^2 p}}. \tag{4}$$

Digitized by Google

Poradi toga, što je

$$\Pi(p) + \Pi\tfrac{1}{2}(n_2 - n_1) = \frac{\pi}{2},$$

možemo uzimati

$$\operatorname{ch} p = \frac{1}{\operatorname{th}\frac{1}{2}(n_2 - n_1)}, \quad \operatorname{th} p = \frac{1}{\operatorname{ch}\frac{1}{2}(n_2 - n_1)}, \tag{5}$$

a prethodna će formula (4) prijeći u

$$\operatorname{sh} KN = \frac{\operatorname{sh} s \operatorname{ch}\frac{1}{2}(n_2 - n_1)\sin\alpha + \operatorname{sh} d \operatorname{sh}\frac{1}{2}(n_2 - n_1)}{\operatorname{ch} s \sqrt{\operatorname{ch}^2\frac{1}{2}(n_2 - n_1)\cos^2\alpha - 1}}. \tag{6}$$

Ovo je prvi izraz za sh KN. Da nađemo drugi, spustit ćemo iz tačke N okomicu NV na ST. Tim dobivamo četverokut $TKNV$ s pravim kutovima kod V, T i K i s oštrim kutom kod N. U tom ćemo četverokutu odrediti stranice VN i VT. Relacija među njima i među stranicom KN dat će onaj traženi drugi izraz.

Prije svega vidimo, da je u trokutu SNP

$$\operatorname{ch} SN = \operatorname{ch}\left(x - \frac{n_1 + n_2}{2}\right)\operatorname{ch} y, \tag{7}$$

$$\operatorname{tang}\gamma = \frac{\operatorname{th} y}{\operatorname{sh}\left(x - \frac{n_1 + n_2}{2}\right)}. \tag{8}$$

Zato je

$$\operatorname{sh} SN = \sqrt{\operatorname{ch}^2\left(x - \frac{n_1 + n_2}{2}\right)\operatorname{ch}^2 y - 1}, \tag{9}$$

a

$$\operatorname{th} SN = \frac{\sqrt{\operatorname{ch}^2\left(x - \frac{n_1 + n_2}{2}\right)\operatorname{ch}^2 y - 1}}{\operatorname{ch}\left(x - \frac{n_1 + n_2}{2}\right)\operatorname{ch} y}, \tag{10}$$

dok je

$$\cos\gamma = \frac{\operatorname{sh}\left(x - \frac{n_1 + n_2}{2}\right)}{\sqrt{\operatorname{sh}^2\left(x - \frac{n_1 + n_2}{2}\right) + \operatorname{th}^2 y}}. \tag{11}$$

Digitized by Google

i

$$\sin\gamma = \frac{\operatorname{th} y}{\sqrt{\operatorname{sh}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)+\operatorname{th}^2 y}}. \qquad (12)$$

Dalje je u trokutu SVN

$$\operatorname{tang} \text{II}\,(SN) = \operatorname{tang} \text{II}\,(VN)\sin\delta$$

ili

$$\operatorname{sh} VN = \operatorname{sh} SN \cos\gamma.$$

Poradi izraza (9) i (11) možemo to pisati ovako

$$\operatorname{sh} VN = \frac{\operatorname{sh}\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\sqrt{\operatorname{ch}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch}^2 y-1}}{\sqrt{\operatorname{sh}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)+\operatorname{th}^2 y}}, \qquad (13)$$

a odatle dobivamo

$$\operatorname{ch} VN = \frac{\sqrt{\operatorname{sh}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch}^2 y+\operatorname{th}^2 y}}{\sqrt{\operatorname{sh}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)+\operatorname{th}^2 y}}. \qquad (14)$$

U istom je trokutu SVN

$$\operatorname{th} SV = \operatorname{th} SN \sin\gamma,$$

a to zbog (10) i (12) prelazi u

$$\operatorname{th} SV =$$

$$= \frac{\sqrt{\operatorname{ch}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch}^2 y-1}}{\operatorname{ch}\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch} y} \cdot \frac{\operatorname{th} y}{\sqrt{\operatorname{sh}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)+\operatorname{th}^2 y}}.$$

Iz toga se pak dobiva

Digitized by Google

$$\operatorname{ch} SV =$$

$$= \frac{\operatorname{ch}\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch} y\sqrt{\operatorname{sh}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)+\operatorname{th}^2 y}}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{sh}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch}^2 y+\operatorname{th}^2 y}} \quad (15)$$

i

$$\operatorname{sh} SV =$$

$$= \frac{\operatorname{th} y\sqrt{\operatorname{ch}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch}^2 y-1}}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{sh}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch}^2 y+\operatorname{th}^2 y}}. \quad (16)$$

Uzmimo sada pravokutni trokut SRT. U njemu je

$$\operatorname{th} p = \operatorname{th} ST \cdot \cos\alpha,$$

pa je tako

$$\operatorname{ch} ST = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{\cos^2\alpha - \operatorname{th}^2 p}},$$

$$\operatorname{sh} ST = \frac{\operatorname{th} p}{\sqrt{\cos^2\alpha - \operatorname{th}^2 p}},$$

ili poradi jednadžba (5)

$$\operatorname{ch} ST = \frac{\operatorname{ch}\frac{1}{2}(n_2-n_1)\cos\alpha}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\frac{1}{2}(n_2-n_1)\cos^2\alpha-1}}, \quad (17)$$

$$\operatorname{sh} ST = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\frac{1}{2}(n_2-n_1)\cos^2\alpha-1}}. \quad (18)$$

Preostaje nam još da odredimo $VT = ST - SV$. Uzmemo li hiperbolni sinus ove diferencije i obazremo li se na izraze (15) do (18), dobit ćemo

Digitized by Google

$$\operatorname{sh} VT =$$

$$\frac{\operatorname{ch}\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch} y\sqrt{\operatorname{sh}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)+\operatorname{th}^2 y}}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\cos^2\alpha-1}\sqrt{\operatorname{ch}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{sh}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch}^2 y+\operatorname{th}^2 y}}$$

$$-\frac{\operatorname{ch}\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\cos\alpha\operatorname{th} y\sqrt{\operatorname{ch}^2 y\operatorname{ch}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)-1}}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\cos^2\alpha-1}\sqrt{\operatorname{ch}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{sh}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch}^2 y+\operatorname{th}^2 y}}. \quad (19)$$

Izraz pod korijenom u brojniku prethodnoga suptrahenda možemo napisati u obliku

$$\left(\operatorname{sh}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)+1\right)\cdot\frac{1}{1-\operatorname{th}^2 y}-1$$

ili

$$\left\{\left(\operatorname{sh}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)+1\right)-(1-\operatorname{th}^2 y)\right\}\cdot\operatorname{ch}^2 y,$$

pa je zato

$$\sqrt{\operatorname{ch}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch}^2 y-1}=\operatorname{ch} y\sqrt{\operatorname{sh}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)+\operatorname{th}^2 y}.$$

Tako će (19) prijeći u

$$\operatorname{sh} VT =$$

$$=\frac{\left\{\operatorname{ch}\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch} y-\operatorname{ch}\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\operatorname{sh} y\cos\alpha\right\}\sqrt{\operatorname{sh}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)+\operatorname{th}^2 y}}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\cos^2\alpha-1}\sqrt{\operatorname{ch}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{sh}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch}^2 y+\operatorname{th}^2 y}}. \quad (20)$$

Naposljetku dolazimo na četverokut $VTKN$ sa tri prava kuta. Tu je

$$\operatorname{sh} KN = \operatorname{ch} VN\,.\,\operatorname{sh} VT,$$

a to nam s pomoću (14) i (20) daje

Digitized by Google

$$\mathrm{sh}KN = \frac{\mathrm{ch}\left(x - \frac{n_1+n_2}{2}\right)\mathrm{ch}y - \mathrm{ch}\,\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\,\mathrm{sh}y\cos\alpha}{\sqrt{\mathrm{ch}^2\,\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\cos^2\alpha - 1}}. \qquad (21)$$

Isporedimo li ovo s izrazom (6), dobit ćemo

$$\frac{\mathrm{sh}z\mathrm{ch}\,\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\sin\alpha + \mathrm{sh}d\,\mathrm{sh}\,\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)}{\mathrm{ch}\,z} =$$

$$= \mathrm{ch}\left(x - \frac{n_1+n_2}{2}\right)\mathrm{ch}y - \mathrm{ch}\,\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\,\mathrm{sh}y\cos\alpha$$

ili

$$\frac{\mathrm{sh}d\,\mathrm{sh}\,\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)}{\mathrm{ch}\,z} =$$

$$= \mathrm{ch}\left(x - \frac{n_1+n_2}{2}\right)\mathrm{ch}y - \mathrm{sh}y\mathrm{ch}\,\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\cos\alpha - \mathrm{th}z\mathrm{ch}\,\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\sin\alpha$$

i naposljetku

$$\frac{\mathrm{sh}d\,\mathrm{sh}\,\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)}{\mathrm{ch}y\mathrm{ch}z} =$$

$$= \mathrm{ch}\left(x - \frac{n_1+n_2}{2}\right) - \mathrm{ch}\,\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\left(\mathrm{th}y\cos\alpha + \frac{\mathrm{th}z\sin\alpha}{\mathrm{ch}y}\right).$$

Izrazimo li ovdje $\mathrm{sh}\,\frac{1}{2}(n_2-n_1)$, $\mathrm{ch}\left(x - \frac{n_1+n_2}{2}\right)$ i $\mathrm{ch}\,\frac{1}{2}(n_2-n_1)$ eksponencijalnim funkcijama, dobit ćemo

$$\frac{\mathrm{sh}d\,\left(e^{\frac{1}{2}(n_2-n_1)} - e^{-\frac{1}{2}(n_2-n_1)}\right)}{\mathrm{ch}y\,\mathrm{ch}z} =$$

$$= e^{x-\frac{n_1+n_2}{2}} + e^{-x+\frac{n_1+n_2}{2}} - \left(e^{\frac{1}{2}(n_2-n_1)} + e^{-\frac{1}{2}(n_2-n_1)}\right)\left(\mathrm{th}y\cos\alpha + \frac{\mathrm{th}z\sin\alpha}{\mathrm{ch}y}\right),$$

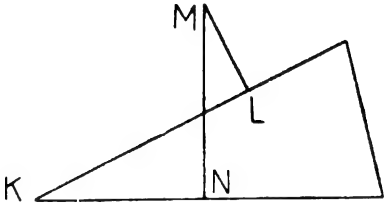
a to pomnoženo sa $e^{\frac{n_1+n_2}{2}}$ daje

$$\frac{(e^{n_2} - e^{n_1})\,\mathrm{sh}\,d}{\mathrm{ch}\,y\,\mathrm{ch}\,z} =$$

$$= e^{x} + e^{n_1+n_2}e^{-x} - (e^{n_1} + e^{n_2})\left(\mathrm{th}y\cos\alpha + \frac{\mathrm{th}z\sin\alpha}{\mathrm{ch}y}\right). \qquad (22)$$

Digitized by Google

Ovo je jednadžba ekvidistantne površine A_1, kojoj je osnovka ravnina E_1. Vidimo, da desna strana prethodne jednadžbe izjednačena s nulom daje upravo jednadžbu ravnine E_1. Dalje razbiramo, da (22) predočuje ono krilo ekvidistantne površine, koje leži s iste strane ravnine E_1 kao i početak koordinatnoga sistema. No ako uzmemo tačku M s protivne strane, onda ćemo dobiti — radeći kao i prije — četverokut $KNML$, koji također imade prave kutove kod L i N, ali mu se stranice KL i MN presijecaju. Na slici 2. uzet je samo ovaj četverokut, a drugo



Slika 2.

je izostavljeno, jer je isto kao prije. Za ovakav četverokut nalazimo u navedenoj raspravi Kaganovoj na strani 10. formulu (15, d''), koja glasi

$$\operatorname{cotg}\Pi(a)\sin A + \operatorname{cotg}\Pi(c)\sin\Pi(b) = \cos A\cos\Pi(b),$$

ali je s obzirom na oznaku na ovoj slici 2. možemo pisati

$$\operatorname{cotg}\Pi(KN)\sin\beta + \operatorname{cotg}\Pi(d)\sin\Pi(s) = \cos\beta\cos\Pi(s),$$

ili

$$\operatorname{sh} KN\sin\beta + \frac{\operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} s} = \cos\beta\,\operatorname{th} s.$$

Odavle je

$$\operatorname{sh} KN = \frac{\operatorname{sh} s\cos\beta - \operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} s\sin\beta}, \tag{23}$$

a to se pređašnjim postupkom dade transformirati u

$$\operatorname{sh} KN = \frac{\operatorname{sh} s\operatorname{ch}\frac{1}{2}(n_2-n_1)\sin\alpha - \operatorname{sh} d\operatorname{sh}\frac{1}{2}(n_2-n_1)}{\operatorname{ch} s\sqrt{\operatorname{ch}^2\frac{1}{2}(n_2-n_1)\cos^2\alpha - 1}}, \tag{24}$$

koje se od (6) razlikuje samo negativnim predznakom od $\operatorname{sh} d$.

Digitized by Google

Četverokut pak $TKNV$ dat će nam za $\operatorname{sh} KN$ isti onaj izraz, što smo ga ispisali u jednadžbi (21), stoga ćemo za ovo drugo krilo ekvidistantne površine A_1 dobiti jednadžbu

$$-\frac{(e^{x_2}-e^{x_1})\operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} y \operatorname{ch} z} =$$

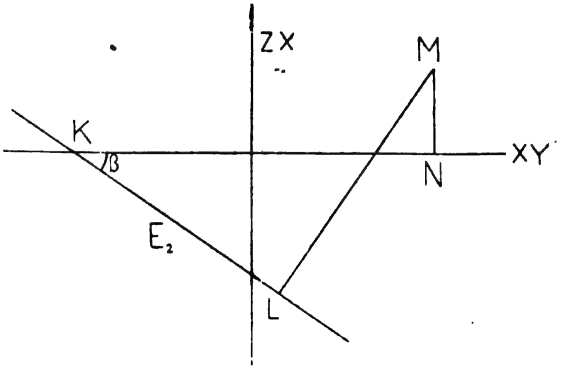
$$= e^{x} + e^{x_1+x_2} e^{-x} - (e^{x_1}+e^{x_2})\left(\operatorname{th} y \cos\alpha + \frac{\operatorname{th} z \sin\alpha}{\operatorname{ch} y}\right). \qquad (25)$$

Uzmemo li, da je ε jednako $+1$ ili -1 prema tome, leži li ekvidistantna površina A_1 s iste strane ravnine E_1, s koje i početak koordinatnoga sistema, ili pak s protivne, moći ćemo jednadžbe (22) i (25) stegnuti u jednadžbu

$$\frac{\varepsilon(e^{x_2}-e^{x_1})\operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} y \operatorname{ch} z} =$$

$$= e^{x} + e^{x_1+x_2} e^{-x} - (e^{x_1}+e^{x_2})\left(\operatorname{th} y \cos\alpha + \frac{\operatorname{th} z \sin\alpha}{\operatorname{ch} y}\right). \qquad (26)$$

2. **Osnovka je ravnina E_2.** Ako je M tačka ekvidistantne površine A_2, pa ako iz nje povučemo normale $d = ML$ na E_2 i $z = MN$ na XY, i kroz te dvije normale položimo ravninu, onda ćemo u toj ravnini dobiti četverokut $KLMN$ s dva prava nasuprotna kuta (sl. 3.). U njemu je



Slika 3.

Digitized by Google

$$\operatorname{cotg}\Pi(KN)\sin\beta = \operatorname{cotg}\Pi(d)\sin\Pi(s) - \cos\Pi(s)\cos\beta,$$

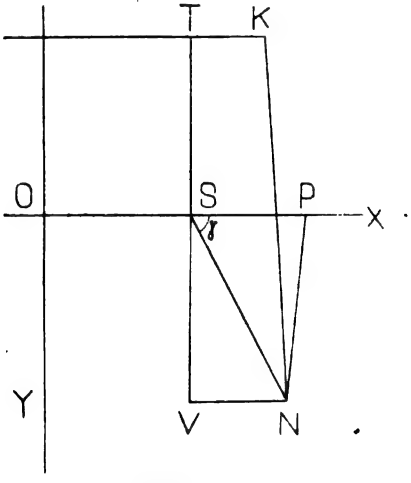
i tako je

$$\operatorname{sh} KN = \frac{\operatorname{sh} d - \operatorname{sh} s \cos\beta}{\operatorname{ch} s \sin\beta},$$

a to se kao i prije može transformirati u

$$\operatorname{sh} KN = \frac{\operatorname{sh} d \operatorname{sh} \frac{1}{2}(n_2 - n_1) - \operatorname{sh} s \operatorname{ch} \frac{1}{2}(n_2 - n_1)\sin\alpha}{\operatorname{ch} s \sqrt{\operatorname{ch}^2 \frac{1}{2}(n_2 - n_1)\cos^2\alpha - 1}}. \qquad (27)$$

U ravnini XY dobit ćemo u ovom slučaju četverokut $KNVT$ s pravim kutovima kod K, T i V. A kako je sada (sl. 4.)



Slika 4.

$$VT = ST + SV,$$

određujući $\operatorname{sh} VT$ naći ćemo, da je

$$\operatorname{sh} VT = \frac{\left\{\operatorname{ch}\left(x - \frac{n_1 + n_2}{2}\right)\operatorname{ch} y + \operatorname{ch}\frac{1}{2}(n_2 - n_1)\operatorname{sh} y \cos\alpha\right\}\sqrt{\operatorname{sh}^2\left(x - \frac{n_1 + n_2}{2}\right) + \operatorname{th}^2 y}}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\frac{1}{2}(n_2 - n_1)\cos^2\alpha - 1}\sqrt{\operatorname{ch}^2\left(x - \frac{n_1 + n_2}{2}\right)\operatorname{sh}^2\left(x - \frac{n_1 + n_2}{2}\right)\operatorname{ch}^2 y + \operatorname{th}^2 y}}.$$

Digitized by Google

Drugo sve ostaje kao i prije, pa ćemo stoga mjesto jednadžbe (21) dobiti jednadžbu

$$\operatorname{sh} KN = \frac{\operatorname{ch}\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch} y + \operatorname{ch}\frac{1}{2}(n_2-n_1)\operatorname{sh} y\cos\alpha}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\frac{1}{2}(n_2-n_1)\cos^2\alpha - 1}}. \tag{28}$$

Isporedivši (27) i (28) dobivamo

$$\frac{\operatorname{sh} d\operatorname{sh}\frac{1}{2}(n_2-n_1)-\operatorname{sh} z\operatorname{ch}\frac{1}{2}(n_2-n_1)\sin\alpha}{\operatorname{ch} z} =$$

$$= \operatorname{ch}\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch} y+\operatorname{ch}\frac{1}{2}(n_2-n_1)\operatorname{sh} y\cos\alpha$$

ili

$$\frac{\operatorname{sh} d\operatorname{sh}\frac{1}{2}(n_2-n_1)}{\operatorname{ch} y\operatorname{ch} z} =$$

$$= \operatorname{ch}\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)+\operatorname{ch}\frac{1}{2}(n_2-n_1)\left(\operatorname{th} y\cos\alpha+\frac{\operatorname{th} z\sin\alpha}{\operatorname{ch} y}\right),$$

a to daje nakon lagane preobrazbe

$$\frac{(e^{n_2}-e^{n_1})\operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} y\operatorname{ch} z} =$$

$$= e^x + e^{n_1+n_2}e^{-x} + (e^{n_1}+e^{n_2})\left(\operatorname{th} y\cos\alpha+\frac{\operatorname{th} z\sin\alpha}{\operatorname{ch} y}\right). \tag{29}$$

Ovo je jednadžba onoga krila ekvidistantne površine A_2, koje leži na istoj strani ravnine E_2 kao i početak koordinatnoga sistema. A uzme li se M na protivnoj strani, onda ćemo u ravnini LMN dobiti četverokut $KNML$ (sl. 5.), u kome je

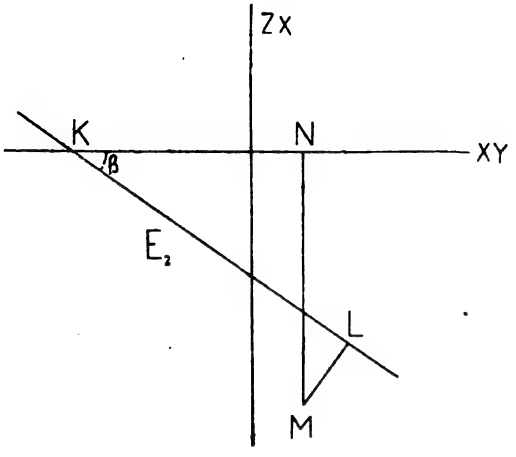
$$\operatorname{cotg}\Pi(KN)\sin\beta + \operatorname{cotg}\Pi(d)\sin\Pi(-z) = \cos\beta\cos\Pi(-z)$$

ili

$$\operatorname{sh} KN\sin\beta + \frac{\operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} z} = -\operatorname{th} z\cos\beta,$$

a odatle se dobiva za $\operatorname{sh} KN$ ista, samo negativna vrijednost kao u (1), pa je stoga

Digitized by Google



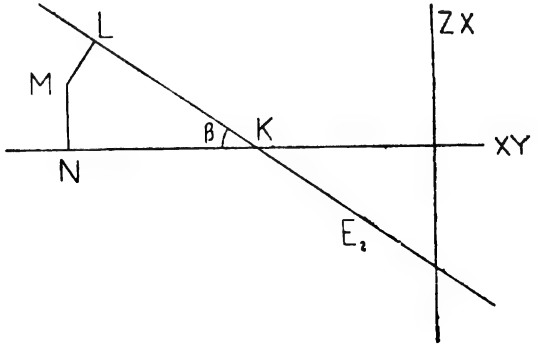
Slika 5.

$$\operatorname{sh} KN = -\frac{\operatorname{sh}\varepsilon \operatorname{ch}\frac{1}{2}(n_2-n_1)\sin\alpha + \operatorname{sh} d \operatorname{sh}\frac{1}{2}(n_2-n_1)}{\operatorname{ch}\varepsilon \sqrt{\operatorname{ch}^2\frac{1}{2}(n_2-n_1)\cos^2\alpha - 1}}. \qquad (30)$$

U ravnini pak XY bit će sve isto onako, kako je predočeno na slici 4. Zato ćemo i ovdje dobiti isti onaj izraz (28), pa kad ga isporedimo sa (30), izlazi

$$-\frac{(e^{n_2}-e^{n_1})\operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} y \operatorname{ch}\varepsilon} =$$

$$= e^{x} + e^{n_1+n_2}e^{-x} + (e^{n_1}+e^{n_2})\left(\operatorname{th} y \cos\alpha + \frac{\operatorname{th}\varepsilon \sin\alpha}{\operatorname{ch} y}\right). \qquad (31)$$



Slika 6.

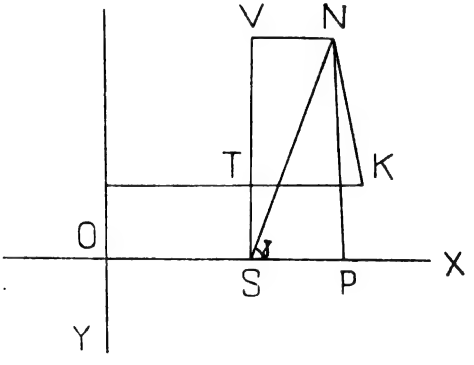
Digitized by Google

Uzme li se još, da je tačka M doduše s druge strane ravnine E_2 nego li početak koordinatnoga sistema, ali da je iznad ravnine XY, onda se dobiva slika 6., koja će nam dati

$$\cos\beta \cos\Pi(s) = \operatorname{cotg}\Pi(KN)\sin\beta - \operatorname{cotg}\Pi(d)\sin\Pi(s),$$

a ovo nas opet vodi na jednadžbu (1) i (6).

U ravnini pak XY dobivamo sliku 7. Radeći kao i prije i pazeći, da je y sad negativno, dobit ćemo



Slika 7.

$$\operatorname{sh} SV = \frac{\operatorname{th} y \sqrt{\operatorname{ch}^2\left(x - \frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch}^2 y - 1}}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\left(x - \frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{sh}^2\left(x - \frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch}^2 y - \operatorname{th}^2 y}}, \quad (32)$$

$$\operatorname{ch} SV = \frac{\operatorname{ch}\left(x - \frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch} y \sqrt{\operatorname{sh}^2\left(x - \frac{n_1+n_2}{2}\right) - \operatorname{th}^2 y}}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\left(x - \frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{sh}^2\left(x - \frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch}^2 y - \operatorname{th}^2 y}}, \quad (33)$$

dok će za $\operatorname{ch} ST$ i $\operatorname{sh} ST$ ostati izrazi (17) i (18). Po slici 7. vidimo, da je

$$VT = SV - ST,$$

Digitized by Google

pa je tako

$$\operatorname{sh} VT = -\frac{\left\{\operatorname{ch}\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch}y+\operatorname{ch}\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\operatorname{sh}y\cos\alpha\right\}\sqrt{\operatorname{sh}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)-\operatorname{th}^2 y}}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\cos^2\alpha-1}\sqrt{\operatorname{ch}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{sh}^2\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch}^2 y-\operatorname{th}^2 y}}, \quad (34)$$

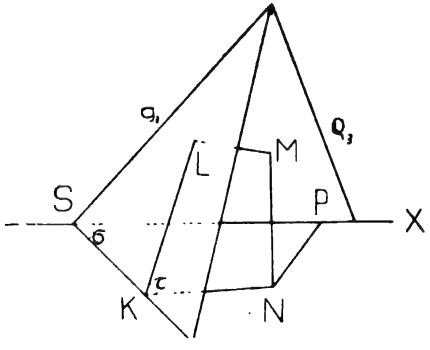
i naposljetku

$$\operatorname{sh} KN = -\frac{\operatorname{ch}\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\operatorname{ch}y+\operatorname{ch}\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\operatorname{sh}y\cos\alpha}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\cos^2\alpha-1}}. \quad (35)$$

Isporedimo li to s jednadžbom (6), dobit ćemo (31). Tako dobivamo za A_2 jednadžbu

$$\frac{\varepsilon(e^{n_2}-e^{n_1})\operatorname{sh}d}{\operatorname{ch}y\operatorname{ch}z} = e^{x}+e^{n_1+n_2-x}+(e^{n_1}+e^{n_2})\left(\operatorname{th}y\cos\alpha+\frac{\operatorname{th}z\sin\alpha}{\operatorname{ch}y}\right). \quad (36)$$

3. **Osnovka je ravnina** E_3. Ova je ravnina[4] položena pravcem g_3 okomito na ravninu ρ_3. Iz tačke M (sl. 8.), koja je s protivne



Slika 8.

strane osnovne ravnine nego li početak koordinatnoga sistema, spustimo normalu $d = ML$ na E_3 i $z = MN$ na XY. Ravnina

[4] Rad 173., str. 217.

Digitized by Google

položena ovim dvjema normalama presijecat će E_3 u pravcu KL, a XY u KN. Kod K se javlja prikloni kut τ ovih dviju ravnina E_3 i XY.

Četverokut $KLMN$ imade prave kutove kod L i N, jedan nasuprot drugome, a tako isto četverokut $SPKN$ kod K i P.

Iz ovoga je posljednjega

$$\cos\sigma\cos\Pi(y)=\operatorname{cotg}\Pi\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\sin\sigma-\operatorname{cotg}\Pi(KN)\sin\Pi(y), \quad (37)$$

dok je iz četverokuta $KLMN$

$$\cos\tau\cos\Pi(s)=\operatorname{cotg}\Pi(KN)\sin\tau-\operatorname{cotg}\Pi(d)\sin\Pi(s). \quad (38)$$

Kad se iz prethodne jednadžbe vrijednost za $\operatorname{cotg}\Pi(KN)$ uvrsti u ovu posljednju, izlazi

$$\cos\tau\cos\Pi(z) =$$

$$=\left\{\operatorname{cotg}\Pi\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\sin\sigma-\cos\Pi(y)\cos\sigma\right\}\frac{\sin\tau}{\sin\Pi(y)}-\operatorname{cotg}\Pi(d)\sin\Pi(s)$$

ili

$$\cos\tau\,\mathrm{th}s=\left\{\mathrm{sh}\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\sin\sigma-\mathrm{th}y\cos\sigma\right\}\mathrm{ch}y\sin\tau-\frac{\mathrm{sh}\,d}{\mathrm{ch}\,s},$$

a odovud se odmah dobiva

$$\mathrm{sh}d=\mathrm{ch}s\left\{\mathrm{sh}\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\sin\sigma-\mathrm{th}y\cos\sigma\right\}\mathrm{ch}y\sin\tau-\cos\tau\,\mathrm{sh}s. \quad (39)$$

No sad znademo[5], da je

$$\sin\sigma=\frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{sh}^2\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\cos^2\alpha}},$$

$$\cos\sigma=\frac{\mathrm{sh}\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\cos\alpha}{\sqrt{1+\mathrm{sh}^2\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\cos^2\alpha}},$$

$$\cos\tau=\mathrm{th}\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\sin\alpha,$$

[5] Rad 173., str. 218.

Digitized by Google

$$\sin\tau = \frac{\sqrt{1+\mathrm{sh}^2\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\cos^2\alpha}}{\mathrm{ch}\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)},$$

pa kad sve to unesemo u jednadžbu (39), izlazi

$$\mathrm{sh}d=\mathrm{ch}s\left\{\mathrm{sh}\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)-\mathrm{th}y\,\mathrm{sh}\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\cos\alpha\right\}\cdot\frac{\mathrm{ch}y}{\mathrm{ch}\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)}-\mathrm{sh}z\,\mathrm{th}\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\sin\alpha$$

ili nakon lagane transformacije

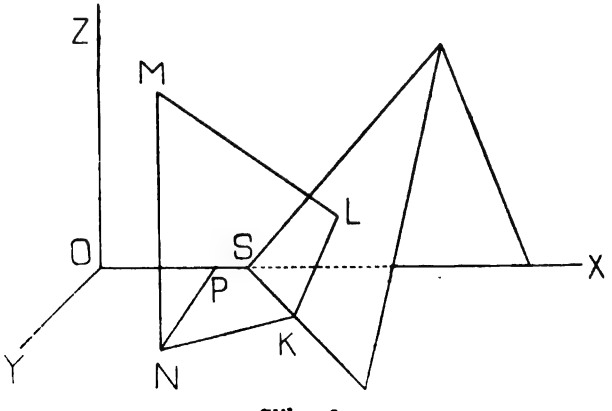
$$\frac{\mathrm{sh}d\,\mathrm{ch}\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)}{\mathrm{ch}y\,\mathrm{ch}z}=$$

$$=\mathrm{sh}\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)-\mathrm{sh}\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\left(\mathrm{th}y\cos\alpha+\frac{\mathrm{th}z\sin\alpha}{\mathrm{ch}y}\right),$$

a to nas naposljetku vodi do jednadžbe

$$\frac{(e^{n_2}+e^{n_1})\mathrm{sh}d}{\mathrm{ch}y\,\mathrm{ch}z}=e^{x}-e^{n_1+n_2}e^{-x}-(e^{n_2}-e^{n_1})\left(\mathrm{th}y\cos\alpha+\frac{\mathrm{th}z\sin\alpha}{\mathrm{ch}y}\right). \quad (40)$$

Želimo li naći jednadžbu onoga krila ekvidistantne površine A_3, koje leži s iste strane ravnine E_2 kao i početak koordinatnoga sistema, onda nam valja ogledati sliku 9. i isporediti je sa slikom 8. Razbiramo, da moramo učiniti ove supstitucije



Slika 9.

Digitized by Google

$$\begin{array}{c|c} x-\frac{n_1+n_2}{2} & -\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right), \\ \sigma & 180^0-\sigma, \\ \tau & 180^0-\tau. \end{array}$$

Uvrstivši ovo u jednadžbu (39) dobit ćemo

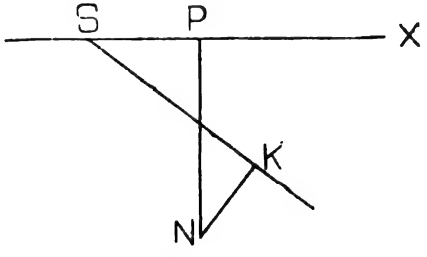
$$-\mathrm{sh}d=\mathrm{ch}s\left\{\mathrm{sh}\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\sin\sigma-\mathrm{th}y\cos\sigma\right\}\mathrm{ch}y\sin\tau-\mathrm{sh}s\cos\tau,$$

a odatle bismo istim procesom kao i prije izveli

$$-\frac{(e^{n_2}+e^{n_1})\mathrm{sh}d}{\mathrm{ch}y\mathrm{ch}s}=$$

$$=e^x-e^{n_1+n_2}e^{-x}-(e^{n_2}-e^{n_1})\left(\mathrm{th}y\cos\alpha+\frac{\mathrm{th}z\sin\alpha}{\mathrm{ch}y}\right). \qquad (41)$$

No tačka M može zauzeti na desno od S takav položaj, da se u četverokutu $KNPS$ presijecaju stranice PN i KS, kao što je naznačeno na slici 10., dok ostalo ostaje isto. Tada dolazimo do relacija



Slika 10.

$$\mathrm{cot}\Pi_1\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\sin\sigma+\mathrm{cotg}\Pi(KN)\sin\Pi(y)=\cos\Pi(y)\cos\sigma,$$

$$\mathrm{cotg}\Pi(NK)\sin\tau-\mathrm{cotg}\Pi(d)\sin\Pi(s)=-\cos\tau\cos\Pi(s),$$

koje nam daju jednadžbu

$$\cos\Pi(s)\cos\tau=$$

$$=\left\{\mathrm{cotg}\Pi\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\sin\sigma-\cos\Pi(y)\cos\sigma\right\}\cdot\frac{\sin\tau}{\sin\Pi(y)}+\mathrm{cotg}\,\Pi(d)\sin\Pi(s)$$

Digitized by Google

ili

$$-\mathrm{sh}d=\mathrm{ch}z\left\{\mathrm{sh}\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\sin\sigma-\mathrm{th}y\cos\sigma\right\}\mathrm{ch}y\sin\tau-\mathrm{sh}z\cos\tau,$$

a to je isti rezultat kao i prije. Jednadžbe (40) i (41) možemo stegnuti u

$$-\frac{\varepsilon(e^{n_2}+e^{n_1})\,\mathrm{sh}d}{\mathrm{ch}y\,\mathrm{ch}z}=$$

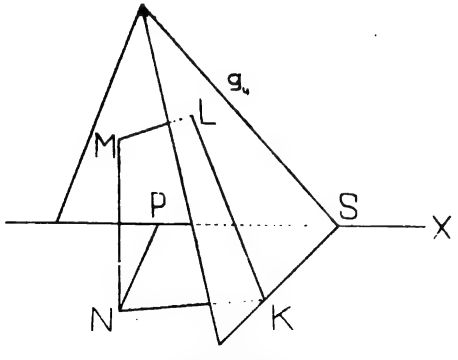
$$=e^{x}-e^{n_1+n_2}e^{-x}-(e^{n_2}-e^{n_1})\left(\mathrm{th}y\cos\alpha+\frac{\mathrm{th}z\sin\alpha}{\mathrm{ch}y}\right). \qquad (42)$$

4. **Osnovka je ravnina** E_4. Isporedimo li sliku 11., koju ovdje susrećemo, sa slikom 8., razbiramo, da će sve ostati isto, samo valja sad uzeti

$$PS=-\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right).$$

Poradi toga ćemo mjesto jednadžbe (39) dobiti ovu

$$-\mathrm{sh}d=\mathrm{ch}z\left\{\mathrm{sh}\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)\sin\sigma+\mathrm{th}y\cos\sigma\right\}\mathrm{ch}y\sin\tau+\mathrm{sh}z\cos\tau,$$



Slika 11.

koja onim supstitucijama prelazi u

Digitized by Google

$$-\frac{\mathrm{sh}d\mathrm{ch}\frac{1}{2}(n_2-n_1)}{\mathrm{ch}y\mathrm{ch}z}=$$

$$=\mathrm{sh}\left(x-\frac{n_1+n_2}{2}\right)+\mathrm{sh}\tfrac{1}{2}(n_2-n_1)\left(\mathrm{th}y\cos\alpha+\frac{\mathrm{th}z\sin\alpha}{\mathrm{ch}y}\right)$$

ili

$$-\frac{(e^{n_2}+e^{n_1})\mathrm{sh}d}{\mathrm{ch}y\,\mathrm{ch}z}=$$

$$=e^{x}-e^{n_1+n_2}e^{-x}+(e^{n_2}-e^{n_1})\left(\mathrm{th}y\cos\alpha+\frac{\mathrm{th}z\sin\alpha}{\mathrm{ch}y}\right). \qquad (43)$$

Da uzmemo tačku M s druge strane ravnine E_4 u položaju M', pa dobivenu sliku isporedimo sa slikom 9., došli bismo opet do prethodne jednadžbe, samo bi joj lijeva strana sada bila negativna. Tako možemo pisati općenu jednadžbu ekvidistantne površine A_4

$$-\frac{\varepsilon(e^{n_2}+e^{n_1})\mathrm{sh}d}{\mathrm{ch}y\,\mathrm{ch}z}=$$

$$=e^{x}-e^{n_1+n_2}e^{-x}+(e^{n_2}-e^{n_1})\left(\mathrm{th}y\cos\alpha+\frac{\mathrm{th}z\sin\alpha}{\mathrm{ch}y}\right). \qquad (44)$$

5. **Općena jednadžba** A_1. Jednadžbe (26), (36), (42) i (44) mogu se stegnuti u općenu jednadžbu ekvidistantne površine ovako

$$\frac{\varepsilon(\varepsilon_1\varepsilon_2e^{n_2}-e^{n_1})\mathrm{sh}d}{\mathrm{ch}y\mathrm{ch}z}=$$

$$=e^{x}+\varepsilon_1e^{n_1}\varepsilon_2e^{n_2}e^{-x}-(\varepsilon_1e^{n_1}+\varepsilon_2e^{n_2})\left(\mathrm{th}y\cos\alpha+\frac{\mathrm{th}z\sin\alpha}{\mathrm{ch}y}\right). \qquad (45)$$

Desna strana izjednačena nuli daje jednadžbu osnovne ravnine, koju možemo napisati u obliku

$$e^{x}+Ae^{-x}+B\mathrm{th}y+C\frac{\mathrm{th}z}{\mathrm{ch}y}=0,$$

a odavle razbiramo, da se jednadžba ravnine određene sa tri tačke može pisati u obliku

Digitized by Google

$$\begin{vmatrix} e^{x} & e^{-x} & \operatorname{th} y & \dfrac{\operatorname{th} z}{\operatorname{ch} y} \\ e^{x_1} & e^{-x_1} & \operatorname{th} y_1 & \dfrac{\operatorname{th} z_1}{\operatorname{ch} y_1} \\ e^{x_2} & e^{-x_2} & \operatorname{th} y_2 & \dfrac{\operatorname{th} z_2}{\operatorname{ch} y_2} \\ e^{x_3} & e^{-x_3} & \operatorname{th} y_3 & \dfrac{\operatorname{th} z_3}{\operatorname{ch} y_3} \end{vmatrix} = 0. \qquad (46)$$

U jednadžbi ekvidistantne površine

$$e^{x} + Ae^{-x} + B\operatorname{th} y + \frac{C\operatorname{th} z}{\operatorname{ch} y} + \frac{D\operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} y \operatorname{ch} z} = 0 \qquad (47)$$

dolaze četiri koeficijenta, koji se krajevima ξ, η, kutom α i parametrom d izražavaju na slijedeći način

$$A = \xi\eta,$$
$$B = -(\xi+\eta)\cos\alpha,$$
$$C = -(\xi+\eta)\sin\alpha,$$
$$D = -\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}(\eta-\xi)\operatorname{sh} d.$$

Ekvidistantna površina određena četirma tačkama ima jednadžbu

$$\begin{vmatrix} e^{x} & e^{-x} & \operatorname{th} y & \dfrac{\operatorname{th} z}{\operatorname{ch} y} & \dfrac{1}{\operatorname{ch} y \operatorname{ch} z} \\ e^{x_1} & e^{-x_1} & \operatorname{th} y_1 & \dfrac{\operatorname{th} z_1}{\operatorname{ch} y_1} & \dfrac{1}{\operatorname{ch} y_1 \operatorname{ch} z_1} \\ e^{x_2} & e^{-x_2} & \operatorname{th} y_2 & \dfrac{\operatorname{th} z_2}{\operatorname{ch} y_2} & \dfrac{1}{\operatorname{ch} y_2 \operatorname{ch} z_2} \\ e^{x_3} & e^{-x_3} & \operatorname{th} y_3 & \dfrac{\operatorname{th} z_3}{\operatorname{ch} y_3} & \dfrac{1}{\operatorname{ch} y_3 \operatorname{ch} z_3} \\ e^{x_4} & e^{-x_4} & \operatorname{th} y_4 & \dfrac{\operatorname{th} z_4}{\operatorname{ch} y_4} & \dfrac{1}{\operatorname{ch} y_4 \operatorname{ch} z_4} \end{vmatrix} = 0. \qquad (48)$$

No te tačke moraju još ispunjavati izvjesni uvjet, o kom ću drugom prilikom raspravljati, jer inače jednadžba (48) može predstavljati koju drugu površinu konstantne zakrivljenosti. Još ću

Digitized by Google

ovdje istaknuti, da u općenoj jednadžbi ekvidistantne linije (15), kako je štampana u 173. knjizi „Rada“ na str. 198., oni epsiloni nijesu pometani kako valja, pa su poradi toga desne strane jednadžbi (16) i (19) izašle pozitivne, a treba da su negativne. Jednadžba (15) treba naime da glasi ovako

$$e^{x}+\varepsilon_1 e^{n_1}\cdot\varepsilon_2 e^{n_2}\cdot e^{-x}-(\varepsilon_1 e^{n_1}+\varepsilon_2 e^{n_2})\operatorname{th} y=\frac{\varepsilon(\varepsilon_1\varepsilon_2 e^{n_2}-e^{n_1})\operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} y}.$$

6. **Specijalni neki oblici.** a) Osnovka je ravnina XY. Za nju je

$$\varkappa = 90^0,\quad \lim n_1 = \infty,\quad \lim n_2 = -\infty,\quad \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = +1.$$

Jednadžba (45) prelazi poradi toga u

$$d = s. \tag{49}$$

To izlazi već po definiciji ordinate s.

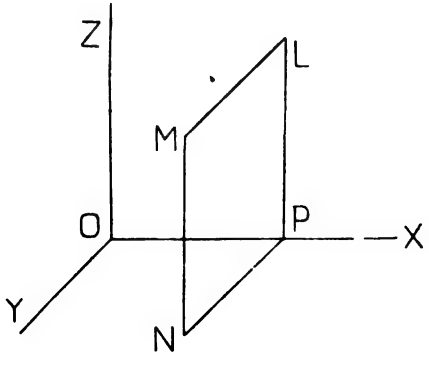
b) Osnovka je ravnina ZX. Ovdje je

$$\varkappa = 0,\quad \lim n_1 = \infty,\quad \lim n_2 = -\infty,\quad \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = +1,$$

pa tako preostaje od (45)

$$\varepsilon \operatorname{sh} d = \operatorname{sh} y \operatorname{ch} s. \tag{50}$$

Još se vidi, da je $\varepsilon = \operatorname{sgn} y$. Prethodnu jednadžbu možemo i direktno naći iz slike 12. Četverokut $MNLP$ imade prave kutove kod L, N i P.



Slika 12.

Digitized by Google

c) Osnovka je ravnina ZY. Uvrstimo li u (45) ove vrijednosti

$$\alpha = 0, \quad \lim n_1 = 0, \quad \lim n_2 = 0, \quad \varepsilon_1 = +1, \quad \varepsilon_2 = -1,$$

izlazi

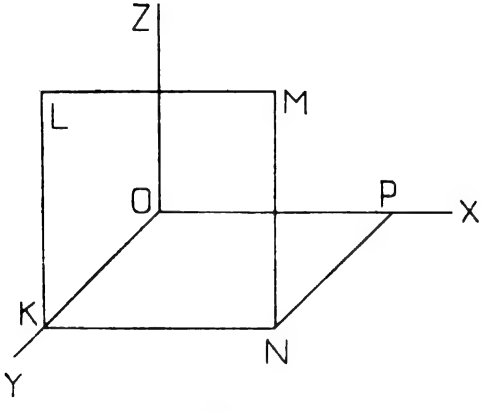
$$-\frac{2\varepsilon \operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} y \operatorname{ch} z} = e^x - e^{-x},$$

t. j.

$$-\varepsilon \operatorname{sh} d = \operatorname{sh} x \operatorname{ch} y \operatorname{ch} z, \tag{51}$$

samo treba uzeti $\varepsilon = -\operatorname{sgn} x$, jer je osnovka specijalan oblik od E_4.

Na sl. 13. imamo dva četverokuta sa po tri prava kuta.



Slika 13.

Oni daju

$$\operatorname{sh} KN = \operatorname{sh} x \operatorname{ch} y,$$
$$\operatorname{sh} d = \operatorname{sh} KN \operatorname{ch} z,$$

dakle je

$$\operatorname{sh} d = \operatorname{sh} x \operatorname{ch} y \operatorname{ch} z.$$

d) Osnovka je ravnina, koja prolazi osju X i s ravninom XY zatvora kut β. Tu je

$$\alpha = 90^0 + \beta, \quad \lim n_1 = \infty, \quad \lim n_2 = -\infty, \quad \varepsilon_1 = +1, \quad \varepsilon_2 = +1,$$

Digitized by Google

pa se stoga ona općena jednadžba reducira na

$$\varepsilon \operatorname{sh} d = \operatorname{sh} z \cos\beta - \operatorname{sh} y \operatorname{ch} z \sin\beta. \tag{52}$$

e) Osnovka je ravnina, koja prolazi osju Y i s ravninom XY zatvora kut β. Poradi

$$\alpha = 90^0, \quad n_1 = -\Delta(\beta), \quad n_2 = \Delta(\beta), \quad \varepsilon_1 = -1, \quad \varepsilon_2 = +1$$

prelazi (45) u

$$-\varepsilon\left(e^{\Delta(\beta)} + e^{-\Delta(\beta)}\right)\frac{\operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} y \operatorname{ch} z} = e^{x} - e^{-x} - \left(e^{\Delta(\beta)} - e^{-\Delta(\beta)}\right)\frac{\operatorname{th} z}{\operatorname{ch} y}$$

ili

$$\varepsilon \operatorname{sh} d = \operatorname{sh} z \cos\beta - \operatorname{sh} x \operatorname{ch} y \operatorname{ch} z \sin\beta. \tag{53}$$

f) Osnovka je ravnina, koja prolazi osju Z i s ravninom ZX zatvora kut β. Uzmemo li

$$\alpha = 0, \quad n_1 = -\Delta(\beta), \quad n_2 = \Delta(\beta), \quad \varepsilon_1 = -1, \quad \varepsilon_2 = +1,$$

dobit ćemo

$$\frac{-\varepsilon \operatorname{ch}\Delta(\beta) \operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} y \operatorname{ch} z} = \operatorname{sh} x - \operatorname{sh}\Delta(\beta) \operatorname{th} y$$

t. j.

$$-\varepsilon \operatorname{sh} d = \operatorname{sh} x \operatorname{ch} y \operatorname{ch} z \sin\beta - \operatorname{sh} y \operatorname{ch} z \cos\beta. \tag{54}$$

g) Osnovka je ravnina, koja na osi X odsijeca dužinu b, a paralelna je s ravninom XY u smjeru pozitivne osi Y. Ova je ravnina određena vrijednostima

$$\alpha = 0, \quad n_1 = 0, \quad n_2 = 2b, \quad \varepsilon_1 = +1, \quad \varepsilon_2 = -1,$$

pa stoga tražena ekvidistanta ima jednadžbu

$$\frac{-\varepsilon \operatorname{ch} b \operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} y \operatorname{ch} z} = \operatorname{sh}(x-b) + \operatorname{sh} b \operatorname{th} y. \tag{55}$$

h) Osnovka je ravnina, koja na osi X odsijeca dužinu b, a paralelna je s ravninom XZ u smjeru pozi-

Digitized by Google

tivne osi Z. Ova je ravnina normalna na XZ. Ravninu XY presijeca u normali na os X, a ravninu XZ u paraleli s osju Z. Poradi toga valja nam ovdje uzeti

$$\alpha = 90^0, \quad n_1 = 0, \quad n_2 = 2b, \quad \varepsilon_1 = +1, \quad \varepsilon_2 = -1,$$

pa dobivamo

$$-\varepsilon \operatorname{sh} d = \operatorname{sh}(x-b) \operatorname{ch} y \operatorname{ch} z + \operatorname{sh} b \operatorname{sh} z. \tag{56}$$

i) Osnovka je ravnina, koja je s ravninom XZ paralelna u smjeru pozitivne osi X, a s ravninom YZ u smjeru pozitivne osi Y. Ova ravnina stoji okomito na XY i presijeca je u zajedničkoj paraleli pozitivnih osi X i Y. Zato je ovdje

$$\alpha = 0, \quad n_1 = 0, \quad \lim n_2 = \infty, \quad \varepsilon_1 = +1, \quad \varepsilon_2 = +1,$$

a jednadžba je te ekvidistantne površine

$$\frac{\varepsilon \operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} y \operatorname{ch} z} = e^{-x} - \operatorname{th} y. \tag{57}$$

k) Osnovka je ravnina, koja je s ravninom YZ paralelna u smjeru pozitivne osi Z, a s ravninom XY u smjeru pozitivne osi X. Ova je ravnina okomita na ravninu XZ i prolazi zajedničkom paralelom osî X i Z. Zato je ovdje

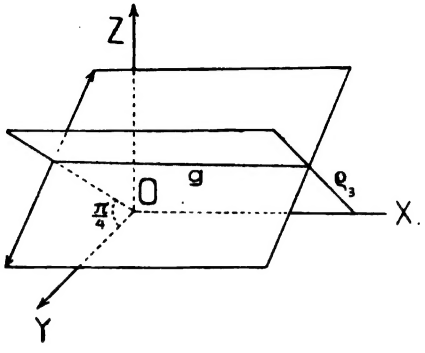
$$\alpha = 90^0, \quad n_1 = 0, \quad \lim n_2 = \infty, \quad \varepsilon_1 = +1, \quad \varepsilon_2 = +1.$$

Općena jednadžba ekvidistantne površine (45) reducira se poradi toga na

$$\varepsilon \operatorname{sh} d = e^{-x} \operatorname{ch} y \operatorname{ch} z - \operatorname{sh} z. \tag{58}$$

l) Osnovka je ravnina, koja je s ravninom XY paralelna u smjeru pozitivne osi Y, a s ravninom XZ u smjeru pozitivne osi Z. Lako razbiramo, da je osnovna ravnina okomita na ravninu YZ i da prolazi zajedničkom paralelom p pozitivnih strana osî Y i Z. No kako smo kod određivanja položaja neke ravnine uzimali na pomoć ravninu ρ_3, koja ide osju X, valja nam ovdje istaknuti, da je osnovna ravnina okomita i na ravninu položenu kroz os X pod kutom od 45°

Digitized by Google



Slika 14.

prema XY (slika 14.). Ova ravnina ρ_3 neka YZ presijeca u pravcu Y'. Osnovnu pak ravninu presijecat će u normali g na Y'. Tako imademo u ovom slučaju

$$\alpha = \frac{\pi}{4}, \quad n_1 = -\Delta\left(\frac{\pi}{4}\right), \; n_2 = \Delta\left(\frac{\pi}{4}\right), \; \varepsilon_1 = +1, \; \varepsilon_2 = +1,$$

pa se (45) reducira na

$$\frac{\varepsilon\left(e^{\Delta\left(\frac{\pi}{4}\right)} - e^{-\Delta\left(\frac{\pi}{4}\right)}\right)\operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} y \operatorname{ch} z} =$$

$$= e^x + e^{-x} - \left(e^{\Delta\left(\frac{\pi}{4}\right)} + e^{-\Delta\left(\frac{\pi}{4}\right)}\right)\left(\operatorname{th} y \cos\frac{\pi}{4} + \frac{\operatorname{th} z \sin\frac{\pi}{4}}{\operatorname{ch} y}\right).$$

A budući da je

$$\operatorname{sh}\Delta\left(\frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg}\frac{\pi}{4}, \quad \operatorname{ch}\Delta\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{4},$$

prelazi ovo u

$$\frac{\varepsilon \operatorname{sh} d}{\operatorname{ch} y \operatorname{ch} z} = \operatorname{ch} x - \operatorname{th} y - \frac{\operatorname{th} z}{\operatorname{ch} y}$$

ili

$$\varepsilon \operatorname{sh} d = \operatorname{ch} x \operatorname{ch} y \operatorname{ch} z - \operatorname{sh} y \operatorname{ch} z - \operatorname{sh} z. \qquad (59)$$

Digitized by Google

m) Osnovka je ravnina, koja stoji okomito na osi X i na njoj odsijeca dužinu b. Ovdje je

$$n_1 = n_2 = b, \quad \varepsilon_1 = -1, \quad \varepsilon_2 = +1,$$

dok se za α može uzeti, da je 90^0 ili 0^0, pa se tako dobiva

$$-\varepsilon \operatorname{sh} d = \operatorname{sh}(x-b) \operatorname{ch} y \operatorname{ch} z. \tag{60}$$

Digitized by Google

Knj. XX. Spomenici hrvatske krajine. Vol. III. 1889. Cijena 8 K.
Knj. XXIII. Acta Bosnae potissimum ecclesiastica. 1892. Cijena 10 K.
Knj. XXIV. Index rerum, personarum et locorum in voluminibus I—V. Monumentorum spectantium historiam Slavorum meridionalium. 1893. C. 6 K.
Knj. XXV. Scriptores. Vol. II. Chronica Ragusina J. Restii et J. Gundulae. 1893. Cijena 7 K.
Knj. XXVI. Scriptores. Vol. III. Thomas archidiaconus: Historia Salonitana. 1894. Cijena 4 K.
Knj. XXVII. Monumenta Ragusina. T. III. 1895. Cijena 5 K.
Knj. XXVIII. Monumenta Ragusina. T. IV. 1896. Cijena 5 K.
Knj. XXIX. Monumenta Ragusina. T. V. 1897. Cijena 7 K.
Knj. XXX/$_1$. Scriptores. Vol. IV. Kercselich Annuae. 1901. Cijena 5 K.
Knj. XXX/$_2$. Scriptores. Vol. IV. Kercselich Annuae. 1902. Cijena 5 K.
Knj. XXXI. Scriptores. Vol. V. A. Vramecz Kronika. 1908. Cijena 2 K.

5. **Monumenta historico-juridica Slavorum meridionalium.** (Knj. 1—9.)
Knj. I. Statuta et leges civitatis Curzulae. 1877. Cijena 6 K.
Knj. II. Statuta et leges civitatis Spalati. 1878. Cijena 6 K.
Knj. III. Statuta et leges civitatis Buduae, civitatis Scardonae et civitatis et insulae Lesinae 1882—3. Cijena 9 K.
Knj. IV. Statuta lingua croatica conscripta. Hrvatski pisani zakoni: vinodolski, poljički, vrbanski i donekle svega krčkoga otoka, kastavski, veprinački i trsatski. 1890. Cijena 6 K.
Knj. V. Urbaria lingua croatica conscripta. Hrvatski urbari. Svezak I. 1894. Cijena 8 K.
Knj. VI. Acta croatica. Tom. I. (Ab anno 1100—1499). 1898. Cijena 7 K.
Knj. VII. Statuta confraternitatum et corporationum Ragusinarum. Bratovštine i obrtne korporacije u republici dubrovačkoj od XIII. do konca XVIII. vijeka. Sveska 1. 1899. Sveska 2. 1900. Cijena sveski 3 K.
Knj. VIII. Libro delli ordinamenti e delle usance della universitade et dello commun della Isola de Lagusta. Knjiga o uredbama i običajima skupštine i občine otoka Lastova. 1901. Cijena 3 K.
Knj. IX. Liber statutorum civitatis Ragusii a. 1272. 1904. Cijena 7 K.

6. **Zbornik za narodni život i običaje južnih Slavena.** (Knj. 1—13.)
Knj. 1—6. 1896.—1901. Cijena knjizi po 5 K. — Knj. 7. 1902. Cijena 6 K. — Knj. 8—13. 1903.—1908. Cijena knjizi po 5 K.

7. **Građa za povijest književnosti hrvatske.** (Knj. 1—5.)
Knj. 1—2 1897—1899. Cijena knj. po 3 K. 60 fil. — Knj. 3 1901. Cijena 4 K. — Knj. 4. 1904. Cijena 3 K. — Knj. 5. 1907. Cijena 4 K.

8. **Ljetopis** Jugoslav. akademije znanosti i umjetnosti. Sv. 1—22. Cijena sves. 1, 2 i 8 po 1 K. 20 fil., sves. 3—7, 9—11 po 2 K., 12 sves. 3 K., 13 sves. 1 K. 60 fil., 14—22 sves. po 2 K.

9. **Historija srednjega vijeka za narod hrvatski i srpski.** Napisao N. Nodilo. Knj. I. **Rimski svijet na domaku propasti i Varvari.** 1897. Stoji 2 K. Knj. II. **Bizantija i germanski zapad do smrti cara Justinijana I.** (476—565.) 1900. Stoji 2 K.

10. **Diplomatički zbornik (Codex diplomaticus) kraljevine Hrvatske, Dalmacije i Slavonije.** Sabrao i uredio **T. Smičiklas.** Svezak II. Listine XII. vijeka (1101—1200.) 1904. — Svezak III. Listine godina 1201—1235. 1905. — Svezak IV. Listine godina 1236—1255. 1906. — Svezak V. Listine godina 1256—1272. 1907. — Svezak VI. Listine godina 1272—1290. 1908. — Cijena svesku po 10 K.

11. **Prinosi za hrvatski pravno-povjestni rječnik.** Napisao **V. Mažuranić.** Sv. 1. (A—čtenija). 1908. Cijena 4 K.

II. Rječnik hrvatskoga ili srpskoga jezika.

Dio I. Obradio Đ. Daničić. Sv. 1—4. 1880—1882. Dio II. Obradili Đ. Daničić M. Vajavac, P. Budmani. Sv. 5—8. 1884—1886. Dio III. Obradio P. Budmani. Sv. 9—12. 1887—1891. Dio IV. Obradio P. Budmani. Sv. 13—17 1893—1897. Dio V. Obradio P. Budmani. Svezak 18—23. 1898—1903. Cijena dijelu 24 K. Dio VI. Sv. 24—27. Obradili P. Budmani i T. Maretić. 1904—1908. Cijena svesku 4 K.

III. Posebna djela, koja je izdala Akademija.

Razreda historičko-filologičkoga i filosofičko-juridičkoga.

1. **Dvie službe rimskoga obreda za svetkovinu sv. Ćirila i Metuda.** Izdao Ivan Berčić. 1870. Cijena 2 K.
2. **Historija dubrovačke drame.** Napisao prof. A. Pavić. 1871. Cijena 2 K. 50 fil.
3. **Pisani zakoni na slovenskom jugu.** Bibliografski nacrt dra. V. Bogišića. 1872. Cijena 2 K. 50 fil.
4. **Izprave o uroti bana Petra Zrinskoga i kneza Fr. Frankopana.** Skupio dr. Fr. Rački. U Zagrebu 1873. Cijena 6 K.
5. **Zbornik sadašnjih pravnih običaja u južnih Slovena.** Osnovao, skupio, uredio V. Bogišić. Knjiga I. 1874. Cijena 12 K.

6. **Vetera monumenta Slavorum meridionalium historiam illustrantia.** Edidit A. Theiner; tomus I. Romae 1863., tomus II. Zagrabiae 1875. Cijena tomu II. 10 K.
7. **Korijeni s riječima od njih postalijem u hrvatskom ili srpskom jeziku.** Napisao dr. Gj. Daničić. 1877. Cijena 8 K.
8. **Figure u našem narodnom pjesništvu s njihovom teorijom.** Napisao I. Zima. 1880. Cijena 5 K.
9. **U proslavu petdesetgodišnjice preporoda hrvatske knjige g. 1885.** Cijena 4 K.
10. **Euchologium, glagolski spomenik manastira Sinai brda.** Izdao dr. Lavoslav Geitler. 1882. Cijena 4 K.
11. **Psalterium, glagolski spomenik manastira Sinai brda.** Izdao dr. L. Geitler. 1883. Cijena 7 K.
12. **Lekcionarij Bernardina Spljećanina.** Po prvom izdanju od g. 1495. 1885. Cij. 3 K.
13. **Nekoje većinom sintaktične razlike između čakavštine, kajkavštine i štokavštine.** Napisao Luka Zima. 1887. Cijena 5 K.
14. **Hrvatski spomenici u kninskoj okolici uz ostale suvremene dalmatinske iz dobe narodne hrvatske dinastije.** Napisao Frano Bulić. 1888. Cijena 5 K. 20 fil.
15. **Istorija hrvatskoga pravopisa latinskijem slovima.** Napisao dr. T. Maretić. 1889. Cijena 7 K.
16. **Dviestogodišnjica oslobođenja Slavonije.** I. dio: Slavonija i druge hrvatske zemlje pod Turskom i rat oslobođenja. Napisao T. Smičiklas. 1891. Cijena 3 K. — II. dio: Spomenici o Slavoniji u XVII. vijeku (1640—1702). Skupio T. Smičiklas. 1891. Cijena 6 K.
17. **Koluničev zbornik.** Hrvatski glagolski rukopis od godine 1486. Izdao M. Valjavac. 1892. Cijena 5 K.
18. **Zadarski i Raojinin lekcionar.** Za štampu priredio Milan Rešetar. 1894. Cijena 6 K.
19. **Sbornik jugoslavenskih umjetnih spomenika.** Prvi svezak: Zavjetna spomen-slika slavenskih apostola i srodni joj spomenici. Razpravio Prof. Dr. Luka Jelić. 1895. Cijena 4 K.
Život i djela dra. Franje Račkoga. Napisao T. Smičiklas. 1895. Cijena 2 K.
20. **Akcenti u glagola.** Napisao Gjuro Daničić. 1896. Cijena 1 K. 40 fil.
21. **Regesta documentorum regni Croatiae, Dalmatiae et Slavoniae saeculi XIII.** Collegiti et digessit I. Kukuljević de Sacchs. Zagrabiae 1896. Cijena 12 K.
22. **Nacrt života i djelâ biskupa J. J. Strossmayera i izabrani njegovi spisi: govori, rasprave i okružnice.** Napisao i sabrao T. Smičiklas. 1900. Cijena 5 K.

Razreda matematičko-prirodoslovnoga:

1. **Flora croatica.** Auctoribus Dr. Jos. Schlosser et Lud. Farkaš-Vukotinović 1869. Cijena 12 K.
2. **Fauna kornjaša trojedne kraljevine.** Od dra. J. K. Schlossera Klekovskoga. 1877—1879. Knj. I., II., III. Cijena svakoj knjizi 6 K.
3. **Izvješće o zagrebačkom potresu 9. studenoga 1880.** Sastavio J. Torbar. 1882. Cijena 4 K.
4. **Flora fosilis Susedana (Susedska fosilna flora. — Flore fossile de Sused.)** Auctore Georgio dr. Pilar. 1883. Cijena 16 K.
5. **Geografijske koordinate** ili položaji glavnijih točaka Dalmacije, Hrvatske, Slavonije i djelomice susjednih zemalja, imenito Bosne i Hercegovine, Istre, Kranjske itd. Sastavio dr. Gj. Pilar. 1890. Cijena 8 K.
6. **De piscibus fossilibus. — Fosilne ribe** Komena, Mrzleka, Hvarai M. Libanona. Napisao dr. Drag. Gorjanović-Kramberger. 1895. Cijena 7 K.
7. **Gradja za neogensku malakološku faunu Dalmacije, Hrvatske i Slavonije uz neke vrste iz Bosne, Hercegovine i Srbije. — Matériaux pour la faune malacologique néogène de la Dalmatie, de la Croatie et de la Slavonie avec des espèces de la Bosnie, de l'Herzégovine et de la Serbie.** Složio Spiridion Brusina. Sa 21 tablicom. 1897. Cijena 12 K.

IV. Knjige, koje su prešle u svojinu Akademije ili su izašle njezinim troškom:

1. **Jugoslavenski imenik bilja.** Sastavio dr. B. Sulek. 1879. Cijena 4 K.
2. **Povjestni spomenici južnih Slavena.** Izdao I. Kukuljević. Knj. I. (Acta croatica.) 1863. Cijena 6 K.
3. **Рјечник из књижевних старина српских.** Написао Ђ. Даничић. Књига III. Cijena 6 K.
4. **Живот св. Саве и Симеуна** од Доментијана. На свијет издао Ђ. Даничић. Cijena 2 K. 60 fil.
5. **Животи краљева и архиепископа српских** од Данила. На свијет издао Ђ. Даничић. Cijena 2 K. 60 fil.
6. Kurelac: **Stope Hristove.** Cijena 1 K.
Jačke. Cijena 2 K.
7. Rački: **Assemanov evanjelistar.** Cijena 6 K.
8. **Historija srednjega vijeka za narod hrvatski i srpski.** Napisao S. Nodilo. Knj. III. Varvarstvo otima mah nad Bizantijom, do smrti cara Heraklija (568—641.) U Zagrebu 1895. Cijena 2 K.

Digitized by Google